

Разбор задач прошлых лет

Содержание

Логика.....	2
Системы счисления.....	5
Комбинаторика.....	7
Количество информации.....	8
Алгоритмы анализ на языке исполнителя.....	9
Программирование.....	11

Логика

2023 7, 8, 9 класс таблица

У четырёх друзей – Варвары, Елизаветы, Родиона и Арсения – есть ровно по одному любимому предмету. Любимые предметы у них математика, информатика, физика и русский язык. Варвара знакома с информатиком (так для краткости будем называть человека, у которого любимый предмет информатика) с самого детства. Елизавета и любитель русского познакомились два года назад, Родион и физик подружились ровно год назад на почве нелюбви к информатике. Арсений и математик узнали друг о друге в прошлом месяце, а математик и физик дружны почти полгода. Какой у каждого друга любимый предмет, если известно, что у Варвары математика не самый любимый предмет?

Решение:

По всем этим условиям можно построить таблицу

	Варвара	Елизавета	Родион	Арсений
Матем	нет			нет
Инф	нет		нет	
Русс. Яз		нет		
Физика			нет	

Далее, все пары, представленные в условии (Варвара-информатик, Родион-физик и так далее) разные и могут либо не совпадать, либо совпадать только по одному человеку. Раз пары Родион-физик, Арсений-математик и математик-физик разные, то и Родион, и Арсений не являются ни математиками, ни физиками. Тогда Родион любит русский язык, Арсений – информатик, Варвара физик, а Елизавета – математик.

Ответ: Родион любит русский язык, Арсений – информатик, Варвара физик, а Елизавета – математик.

2023 8 класс таблица истинности

Ярослав решил изучить различные логические функции. Он узнал, что функции зависят от аргументов (аргументы могут принимать значение «истина», обозначаемое как «1» и «ложь», обозначаемое как «0») и есть три основных логических функции: «не», «и» и «или».

С помощью основных функций Ярослав решил составить свою и назвал ее «Бетта» Он определил значения функции «Бетта», зависящей от двух аргументов, следующей таблице истинности:

X	Y	Бетта(X,Y)
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Используя функцию «Бетта» и уже известные нам основные функции, можно строить сложные логические выражения, зависящие от большого количества логических переменных. Посчитайте, сколько может быть разных комбинаций значений логических переменных $X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$, таких, чтобы получалось значение «0» в результате вычисления следующего логического выражения:

$$X_0 \text{ и } X_1 \text{ и } (\text{Бетта}(\text{Бетта}(\text{Бетта}(X_2, X_3), X_4), X_5))$$

В ответе укажите целое число.

Примечание: две комбинации значений логических переменных будут считаться различными, если они отличаются значениями хотя бы одной переменной.

Решение:

Запишем таблицу истинности для правой части функции $(\text{Бетта}(\text{Бетта}(\text{Бетта}(X_2, X_3), X_4), X_5))$:

X_2	X_3	X_4	X_5	(Бетта(Бетта(Бетта(X_2, X_3), X_4), X_5))
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Для X_2, X_3, X_4, X_5 , существуют 5 комбинаций значений, при которых часть функции (Бетта(Бетта(Бетта(X_2, X_3), X_4), X_5)) имеет значение «0». Если выражение (X_0 и X_1) имеет значение «1» (это возможно в единственном случае, когда $X_0=1$ и $X_1=1$), то ложность выражения в целом может быть обеспечена только ложностью второй части выражения, и, следовательно, есть 5 комбинаций значений переменных, которые будут давать значение «0». Если выражение (X_0 и X_1) имеет значение «0» (отметим, что это возможно в трёх случаях), то вторая часть выражения может принимать любое значение. Во второй части выражения 4 переменных, следовательно, есть 2^4 комбинаций их значений. Тогда еще существует $3 \cdot 2^4 = 48$ комбинаций значений переменных, которые будут давать значение «0». Следовательно, всего $5 + 48 = 53$ комбинаций

Ответ: 53 комбинаций

2023 8, 9 класс диаграмма эйлера

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для логической операции «И» - символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
чеснок	153
чеснок & перец & лук	47
чеснок перец	221
перец	164
чеснок & лук	75
чеснок перец лук	251
лук	137

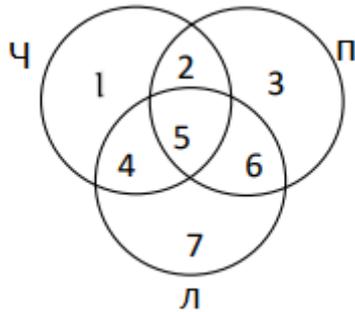
Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу перец | лук?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Решение:

Сделаем замену, Чеснок -> А, Перец -> В, Лук -> С. Таким образом получаем:

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Ч	153
Ч & П & Л	47
Ч П	221
П	164
Ч & Л	75
Ч П Л	251
Л	137



$$\text{Ч} = 1+2+4+5 = 153$$

$$\text{Ч \& П \& Л} = 5 = 47$$

$$\text{Ч | П} = 1+3 + 4+ 6 + 2+5 = 221$$

$$\text{П} = 2+3+5+6 = 164$$

$$\text{Ч \& Л} = 4+5 = 75$$

$$\text{Ч | П | Л} = 1+2+3+4+5+6+7 = 251$$

$$\text{Л} = 4+5+6+7 = 137$$

$$1 = 29$$

$$2 = 49$$

$$3 = 36$$

$$4 = 28$$

$$5 = 47$$

$$6 = 32$$

$$7 = 30$$

Ответ: 222 тыс. страниц

$$\text{Ч \& П} = 2+5 = \text{П} + \text{Ч} - \text{Ч | П} = 96$$

$$\text{П | Л} = 2+3 + 4+5+6+7 = 222$$

Системы счисления

2024 7 класс двоичная сс

В стране "Магическая система счисления" волшебнице понадобились для заклинания все натуральные числа до 8192, которые подчиняются условию: если к такому числу прибавить 1, то сумма цифр в двоичной записи получившегося числа окажется ровно в 4 раза меньше, чем сумма цифр в двоичной записи исходного числа.

Помогите волшебнице определить, сколько существует таких чисел.

Решение:

Натуральные числа, меньшие $8192=2^{13}$, могут содержать не более 13 разрядов в двоичной записи. Для того чтобы сумма цифр уменьшилась ровно в 4 раза, исходное число должно содержать в двоичной записи количество единиц кратное четырем.

Рассмотрим варианты, удовлетворяющие описанным выше условиям.

1. Исходное число содержит ровно 4 единицы в двоичной записи. Очевидно, что может быть только один вариант такого числа, удовлетворяющий условию. Это число 1111_2 . После прибавления к нему 1 получится 10000_2 , то есть сумма разрядов двоичной записи уменьшилась в 4 раза.

2. Исходное число содержит ровно 8 единиц в двоичной записи. Поскольку нам необходимо, чтобы после прибавления единицы двоичная запись содержала ровно 2 единицы, такое число должно оканчиваться на 7 единиц и еще содержать в двоичной записи одну не прилегающую к ним единицу (7 единиц в конце числа после прибавления единицы к исходному числу «превратятся» в одну единицу и 7 нулей, тогда всего в двоичной записи числа будет 2 единицы). Поскольку по условию число не может содержать больше 13 двоичных разрядов, получается, что существует 5 чисел, удовлетворяющих этому условию:

$$10111111_2+1=110000000_2$$

$$100111111_2+1=1010000000_2$$

$$1000111111_2+1=10010000000_2$$

$$10000111111_2+1=100010000000_2$$

$$100001111111_2+1=1000010000000_2$$

3. Исходное число содержит ровно 12 единиц в двоичной записи. Рассуждая аналогично предыдущему пункту, приходим к выводу, что чтобы число содержало ровно 3 единицы после добавления 1, исходное число должно заканчиваться на 10 единиц и еще содержать две не прилегающих к ним единицы. Легко посчитать, что такое число (имеющих при этом не более 10 двоичных разрядов) будет ровно 1.

$$110111111111_2+1=1110000000000_2$$

Таким образом, всего существует $1+5+1=7$ чисел, удовлетворяющих условию.

Ответ: 7

2023 8, 9 класс позиционные системы счисления

С наступлением весны Бельчонок решил осуществить свои давние мечты и перекрасить свой домик. Он решил сделать домик очень ярким и разноцветным. В магазине Бельчонок купил 235 литров краски: 65 литров красной краски, 104 литра синей краски и 33 литра жёлтой краски. Определите, какое основание системы счисления использует Бельчонок?

Решение:

Обозначим основание неизвестной системы счисления за x . Тогда условие задачи можно записать следующим уравнением:

$$235_x=65_x+104_x+33_x.$$

Как известно, любое число в позиционной системе счисления с основанием x может быть представлено в виде разложения по степеням числа x :

$$a = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 + a_{-1} \cdot x^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot x^{-m},$$

где x – основание системы счисления, a_i – цифры числа a в x -ичной системе счисления.

Тогда условие задачи переписется в виде:

$$2*x^2+3*x+5=6*x+5+1*x^2+4+3*x+3$$

Получаем квадратное уравнение: $x^2-6*x-7=0$

$$D=36+28=64=8^2$$

У этого уравнения два корня: $x_1=-2$ $x_2=7$.

Так как основанием системы счисления может быть только положительное число, следовательно, $x=7$, и все числа в условии задачи приведены в семеричной системе счисления.

Ответ: 7.

Комбинаторика

2024 7 класс

Волшебница изучает магические кристаллы, каждый из которых имеет свой уникальный идентификационный номер. Она решила, что каждый кристалл будет иметь номер, состоящий из двух букв, за которыми следуют четыре цифры через дефис, например, LM-7392.

Волшебнице стало интересно, сколько всего существует различных номеров для кристаллов. Помогите волшебнице узнать ответ. (Две буквы берутся из 26 прописных букв английского алфавита).

Решение:

У нас есть 26 букв в английском алфавите, из которых мы должны выбрать 2 для первой части номера и 10 цифр для второй части номера. Для первой части номера у нас будет 26^2 способов выбрать 2 различных буквы из 26. Для второй части номера у нас будет 10^4 способов выбрать 4 различных цифры от 0 до 9. Таким образом, общее количество различных номеров для кристаллов будет $26^2 * 10^4 = 6\,760\,000$ комбинаций.

Итак, у нас есть 6,760,000 возможных уникальных номеров для кристаллов в мире волшебства.

Ответ: 6,760,000

2021 9 класс

Трое бельчат играют в прятки, прячась в дуплах деревьев. Всего в лесу есть 9 деревьев с дуплами, в каждом из которых может спрятаться максимум два бельчонка. Найдите, сколькими способами бельчата могут спрятаться, считая что все бельчата и все деревья разные. Ответ требуется обосновать, решение изложить на бланке олимпиады.

Решение:

Предположим, что в каждое дупло может помещаться по 3 бельчонка. Тогда первый бельчонок выбирает дупло 9-ю способами, второй – 9-ю способами и третий также 9-ю способами. То есть всего вариантов $9*9*9 = 729$. Из этих вариантов нужно исключить случаи, когда все три бельчонка оказываются в одном дупле. Таких вариантов, очевидно, 9. Поэтому верный ответ $729-9 = 720$

Ответ: 720

Количество информации

2019 9 класс

Известно, что некоторое монофоническое устройство (в каждый момент времени может воспроизводиться не более одного звука) может издавать один из 13 разных звуков на протяжении секунды. Каждый звук шифруется минимально возможным количеством бит. Сколько секунд длится набор звуков объемом 200байт?

Решение.

$2^n \geq 13 \Rightarrow n = 4$. 200 байт = $200 * 8 = 1600$ бит. $1600 / 4 = 400$ секунд.

Ответ: 400.

2024 8 класс

Петя, работая системным администратором, столкнулся с необходимостью создавать резервные копии данных и решил использовать для их хранения облачное хранилище. В процессе изучения характеристик облачного хранилища, он обнаружил, что в нем установлен механизм загрузки файлов фрагментами по 100 КБайт. При этом на передачу каждого фрагмента в облачное хранилище требуется 35 мс, еще 5 мс занимает его сохранение, а на уведомление пользователя об успешном сохранении и запрос следующего фрагмента в 100 КБайт тратится еще 30 мс. Пока уведомление не придет, отправить следующий пакет данных невозможно. Петя задался вопросом: сколько данных он сможет загрузить в облачное хранилище за сутки? При решении задачи будем считать, что размер каждого файла, имеющегося у Пети, кратен 100 КБайт.

Решение:

Вычислим количество миллисекунд в сутках:

$24 * 60 * 60 * 1000 = 86400000$

Вычислим количество миллисекунд, за которое сохраняется один фрагмент файла размером в 100 КБ:

$35 + 5 + 30 = 70$

Вычислим максимальное количество фрагментов, которое можно передать за сутки:

$86400000 / 70 \sim 1234285,7143$

Так как число фрагментов – число целое, то округлим максимальное количество фрагментов до 1234285.

Вычислим объём этих фрагментов в ГБайт (с округлением в меньшую сторону):

$1234285 * 100 \text{ КБайт} = 123428500 \text{ КБайт} \sim 120\,535 \text{ МБайт} \sim 117 \text{ ГБайт}$

Ответ: 1234285 фрагментов или 123428500 Кбайт = 117 ГБ

Алгоритмы анализ на языке исполнителя

2023 7 класс

На вход программе подаётся натуральное число n , с которым программа делает следующий алгоритм:

- 1) Сначала задаётся число $s = 0$
- 2) Если число делится на 3 нацело, то $n = n / 3$, если нет, то $n = n - 1$
- 3) $s = s + 1$
- 4) Если число n не равно 0, то вернуться к шагу 2.
- 5) Напечатать s

Для какого наименьшего числа n программа напечатает 8? (24 балла)

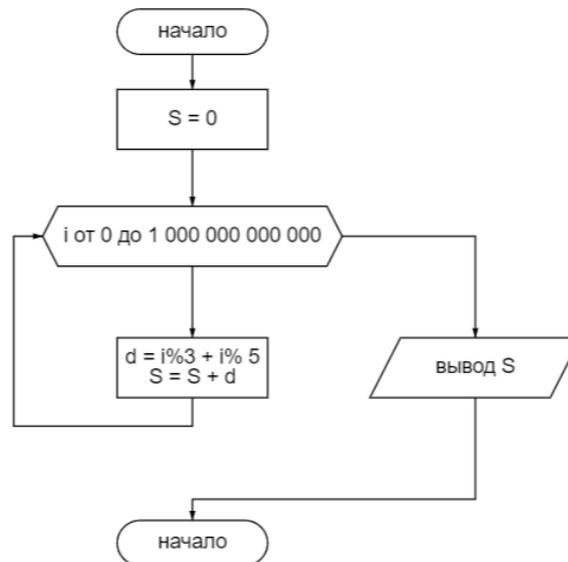
Решение:

В троичной системе для всех натуральных чисел алгоритм будет работать так – сначала, если последняя цифра 1, то алгоритм сработает 1 раз, получит на конце 0, затем вторым заходом поделит на три и удалит этот ноль (если это не последняя цифра в числе!). Если последняя цифра 2, уйдёт на одну итерацию больше, если 0 – на одну меньше. Итого для всех цифр, кроме самой левой, уйдёт операций $I + 1$, где I это цифра. В сумме получится, что будет равно сумме цифр плюс количеству цифр минус 1. Для двузначных чисел (в троичной системе) такой результат недостижим, а для трёхзначных самым маленьким числом, подходящим под условие, будет $222_3 = 26$.

Ответ: 26

2024 8 класс блок-схема

Вася придумал алгоритм для получения числа, которое хочет использовать для пароля. Алгоритм записан в виде блок-схемы:



Он ждал целую ночь, пока компьютер посчитает ответ и очень гордится, что получить это число очень трудно. Но Петя, посмотрев на алгоритм, сказал, что с использованием простого калькулятора он вычислит результат работы алгоритма за одну минуту. Объясните, как Петя смог "взломать" алгоритм Васи и запишите какое число выводит эта программа.

Примечание: $(X \% Y)$ вычисляет остаток от целочисленного деления X на Y

Решение:

Остатки от деления на 5: 0, 1, 2, 3, 4.

Остатки от деления на 3: 0, 1, 2.

Всего возможно 15 комбинаций: (0 0), (1 1), (2 2), (0 3), (1 4), (2 0), (0 1), (1 2), (2 3), (0 4), (1 0), (2 1), (0 2), (1 3), (2 4)

Итого за 15 итераций цикла получим 45.

$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 66\ 666\ 666\ 666$ раз по 15 итераций + 10 итераций.

За 10 итераций (0 0), (1 1), (2 2), (0 3), (1 4), (2 0), (0 1), (1 2), (2 3), (0 4) в сумме получим 29

$45 * 66\ 666\ 666\ 666 + 29 = 2\ 999\ 999\ 999\ 999$

Ответ: 2 999 999 999 999

Программирование

2022 8, 9 класс обработка последовательности

В компьютер вводится последовательность из N положительных целых чисел (некоторые числа могут быть одинаковыми) ($1 \leq N < 1000$). Все эти числа не больше 16191. Напишите программу, которая находит у каждого числа количество единиц в двоичной записи этого числа и выводит на печать максимальное число единиц.

Входные данные: первой строкой подается количество чисел N , второй строкой сами числа через пробел.

Выходные данные: искомое число.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
3 16 15 20	4
4 18 32 96 4	2
4 18 32 95 4	6

Решение:

```
a = int(input())
arr = list(map(int, input().split()))
max_count = 0
for i in arr:
    counter = 0
    while i:
        if i % 2: counter += 1
        i //= 2
    max_count = max(max_count, counter)
print(max_count)
```

Пример программы, справляющейся со всеми тестами на Python.

2023 8, 9 обработка последовательности

Бельчонок посмотрел на последовательность Фибоначчи и решил придумать свою последовательность. Начинается она с двух любых целых чисел, а затем каждое следующее число составляется по таким правилам – предыдущее число умножается на 5 и от него отнимается число до предыдущего, умноженное на 4. Например, если начать с 1 и 2, то получится 1, 2, 6, 22, 86 и так далее ($6 = 2 \cdot 5 - 4 \cdot 1$, $22 = 5 \cdot 6 - 4 \cdot 2$). Дана некоторая последовательность, в которой пропущены два первых члена. Надо определить, является ли эта последовательность последовательностью Бельчонка или нет. Если да, вывести через пробел первые два члена, если нет, то вывести NO. На вход программе подаётся сначала $3 < N < 100$ – количество чисел, затем N чисел по одной в строке

Входные данные	Выходные данные
4 5 21 90	0 1

366	
4 5 12 30 70	NO

Решение:

```

N = int(input())
fl = True
x1, x2, x3 = 0, int(input()), int(input())
if (x2*5 - x3) % 4 == 0: b = (x2*5 - x3)//4
else: fl = False
if (5*b - x2) % 4 == 0: a = (5*b - x2)//4
else: fl = False
for i in range(N-2):
    x1 = x2
    x2 = x3
    x3 = int(input())
    if x3 != 5*x2 - 4*x1:
        fl = False
if fl: print(a, b)
else: print('NO')

```

2024 9 класс рекурсия

Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$f(n) = 0$, если $n \leq 1$

$f(n) = f(n/2) + 1$, если n – чётное

$f(n) = f(n - 4) + 5$, если n – нечётное

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 50000.

Выходные данные: минимальное число, для которого функция даёт такой ответ.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
5	3
12	28

Решение:

Вместо того, чтобы программировать эту функцию и запускать её напрямую, лучше понять, что она делает. Она выдаёт число вида $5*u + 1*v$, где v это число двоек, которые делят число. У же это количество 4, которые мы можем отнять от числа, пока оно не станет меньшим или равным 1. Например, для 3 и 5 это 1, для 7 и 9 это 2. Его можно вычислить по формуле $(n+1)//4$, где два слэша это целочисленное деление с округлением вниз. Итого если мы хотим получить 5, нам нужно минимальное число 3, если 10, то 7,

если 15, то 11. То есть мы делим изначально заданное n на 5, умножаем на 4 и отнимаем 1. Чтобы получить числа, не делящиеся на 5, нам нужно ещё умножить его на два в зависимости от остатка. Итого надо просто в программе реализовать следующее выражение $(n/5*4 - 1)*2^{(n\%5)}$.

```
n = int(input())
B, ost = n // 5, n % 5
if B > 0:
    m1 = B * 4 - 1
else:
    m1 = 1
m2 = 2 ** ost
print(m1 * m2)
Ответы на тесты: 174,13040, 6550, 615856
```

2023 вывод общей формулы

Илья на день рождения хотят подарить большую шоколадку размером m на n . Илья сам себе придумал правило, что будет лишь один раз в день отламывать от шоколадки кусочек и есть его. Отломить можно от шоколадки либо один горизонтальный ряд плиток, либо один вертикальный. Например, если шоколадка размером четыре на три, то сначала можно отломить либо кусочек размером один на четыре, либо один на три. Илье даны несколько вариантов размера шоколадки. Илья хочет понять, какие шоколадки он сможет съесть своим способом ровно за k дней. На вход программе подаётся сначала два числа t и k , t меньше 100, k меньше 10^9 , дальше t строк, в каждой n и $m < 10^9$ – длина и ширина шоколадки. Нужно вывести, сколько шоколадок можно съесть ровно за k дней.

Входные данные	Выходные данные
5 6	3
4 8	
2 5	
3 2	
11 8	
4 5	

Решение:

```
t, k = map(int, input().split())
s = 0
for i in range(t):
    n, m = map(int, input().split())
    if min(n, m) <= k <= n + m - 1:
        s+=1
print(s)
```

2024

На плоскости задано десять точек. Напишите программу, которая находит квадрат максимальной площади со сторонами, параллельными осям координат и с вершинами в четырех точках из заданных. На вход подается 10 строк, в каждой из которых записано по два числа — координаты точек. Все координаты целые и не превышают по модулю 100.

Выведите одно число: площадь найденного квадрата. Если таких квадратов нет, выведите число -1.

Пример входных и выходных данных:

Входные данные	Выходные данные
0 0 3 0 10 0 0 3 3 3 10 3 0 10 8 8 3 10 10 10	100
0 0 0 3 0 5 4 4 1 3 5 3 7 8 10 0 1 1 6 0	-1

Решение:

```

from math import sqrt
N = 10
x = []
def dist(x, y):
    return sqrt((x[0]-y[0])**2+(x[1]-y[1])**2)
for i in range(N):
    a = [int(i) for i in input().split(' ')]
    x.append((a[0],a[1]))
Smax = -1
for i in range(N):
    for j in range(i+1,N):
        for m in range(j+1,N):
            for n in range(m+1,N):
                if dist(x[i],x[j]) == dist(x[i],x[m]) and dist(x[i],x[j]) == dist(x[n],x[m]) and
dist(x[i],x[n]) == dist(x[j],x[m]) and (dist(x[i],x[j]) * dist(x[i],x[m])>Smax):
                    Smax = dist(x[i],x[j]) * dist(x[i],x[m])
print(Smax)

```