

Настоящая рабочая программа разработана на основе Федеральной образовательной программы среднего общего образования, в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, основной образовательной программой среднего общего образования физико-математической школы-интерната ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». Элективный курс «Теория групп» изучается по выбору обучающихся в 10 или 11 классе в объеме 1 часа в неделю, 34 часа в год.

Программа элективного курса «Теория групп» предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к математике, развитию логического и пространственного мышления, творческих навыков. В сочетании с активными методами обучения программа предусматривает выработку навыков самостоятельного творческого решения поставленных проблем, способствует развитию индивидуальных способностей учащихся, их знакомству с жизнью и научной деятельностью выдающихся математиков и т.д.

Наибольшую трудность представляют задания, отличающиеся от стандартных заданий формулировкой или требующие нестандартного подхода. Решение многих нестандартных задач требует не только глубокого знания и понимания теоретических основ математики, но и применение знаний теории в нестандартных ситуациях, умения логически верно самостоятельно выстраивать цепочку рассуждений. Учитывая это, на первом этапе изучения курса рассматриваются теоретические и практические вопросы, тесно связанные со школьным курсом математики, для прочного усвоения этого курса, а затем рассматриваются задания, в которых требуется нестандартный подход. При этом изучение будет проходить спиралевидно, на каждом новом витке обновляя и углубляя знания. Обогащение учебного материала продиктовано необходимостью создать комплексную систему математического образования для эффективной профилизации в данном предмете, для успешной сдачи ЕГЭ и успешной учёбы в ВУЗе. В высшей школе от студентов требуется умение точно и лаконично выражать мысли в устной и письменной форме, доказывать математические факты, работать с литературой.

Актуальность курса для обучающихся связана с возможностью расширения и углубления предметных знаний в области «Математика», необходимостью систематизации и обобщения получаемых на учебном курсе знаний, тренировке умений в решении задач по теории чисел с условиями, отличающимися от предлагаемых в рамках учебного курса.

Специфика курса заключается в том, что все занятия ведут преподаватели СФУ, демонстрирующие собой «нешкольный» тип отношений между преподавателем и студентом. В рамках занятий они становятся «собеседниками», разбираясь со сложными вопросами математики, решением сложных задач.

Целесообразным является поддержка курса занятиями в модуле «Теория групп» в рамках программы дополнительного образования «Научная лаборатория».

Цель курса: обучение учащихся основным теоретико-групповым методом решения задач, возникающих как в самой теории групп, так и других математических дисциплинах и в практике, ознакомление с историей развития теории групп и с вкладом российских учёных в эту область математики.

Задачи курса:

- изучить основные теоретико-групповые методы решения задач, возникающих как в самой теории групп, так и других математических дисциплинах и в практике;
- ознакомиться с историей развития теории групп и с вкладом российских учёных в эту область математики.

Образовательные результаты курса

В результате изучения курса обучающийся должен

Знать:

- основные понятия теории групп, определения и свойства математических объектов в этой области;
- формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

Уметь:

- решать задачи по избранным разделам теории групп: действие группы на множестве, теория представлений групп
- переводить поставленные задачи на язык математики.

Личностные результаты включают в себя:

в сфере гражданского воспитания:

- сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;
- принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;
- представление о видах идентичности, актуальных для становления человечества и общества, для жизни в современном поликультурном мире;
- готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;
- умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;

в сфере патриотического воспитания:

- сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свою страну, свой край, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;
- ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, технологиях, труде;

в сфере духовно-нравственного развития:

- сформированность нравственного сознания, этического поведения, способность оценивать ситуации нравственного выбора и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные ценности и нормы современного российского общества;
- понимание значения личного вклада в построение устойчивого будущего;
- ответственное отношение к своим родителям, представителям старших поколений, осознание значения создания семьи на основе принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;
- освоение гуманистических традиций и ценностей, уважение к личности, правам и свободам человека, культурам разных народов;

в сфере эстетического воспитания:

- представление об исторически сложившемся культурном многообразии своей страны и мира;
- эстетическое отношение к миру, современной культуре, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда, общественных отношений;

в сфере физического воспитания:

- осознание ценности жизни и необходимости ее сохранения;
- представление об идеалах гармоничного физического и духовного развития человека в исторических обществах и в современную эпоху;

в сфере трудового воспитания:

- понимание значения трудовой деятельности как источника развития человека и общества;
- уважение к труду и результатам трудовой деятельности человека;
- формирование интереса к различным сферам профессиональной деятельности;
- мотивация и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

в понимании ценности научного познания:

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития исторической науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;
- осмысление значения истории как знания о развитии человека и общества, о социальном и нравственном опыте предшествующих поколений;
- совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;
- овладение основными навыками познания и оценки событий прошлого с позиций историзма, готовность к осуществлению учебной проектно-исследовательской деятельности в сфере истории;
- приобщение к истокам культурно-исторического наследия человечества, интерес к его познанию за рамками учебного курса и школьного обучения.

Работа на программе способствует также развитию *эмоционального интеллекта* школьников, в том числе *самосознания* (включая способность осознавать роль эмоций в отношениях между людьми); *саморегулирования*, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому; *внутренней мотивации*, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; *эмпатии* (способность понимать другого человека, оказавшегося в определенных обстоятельствах); *социальных навыков* (способность выстраивать конструктивные отношения с другими людьми, регулировать способ выражения своих суждений и эмоций с учетом позиций и мнений других участников общения).

Метапредметные результаты включают в себя следующие умения:

1) в сфере универсальных учебных познавательных действий:

владение базовыми логическими действиями:

- формулировать проблему, вопрос, требующий решения;
- устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;
- определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;
- выявлять закономерные черты и противоречия в рассматриваемых явлениях;
- разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся ресурсов;
- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;

владение базовыми исследовательскими действиями:

- определять познавательную задачу; намечать путь ее решения и осуществлять подбор материала, объекта;
- владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности;
- выявлять характерные признаки явлений;
- раскрывать причинно-следственные связи; сравнивать события, ситуации, определяя основания для сравнения, выявляя общие черты и различия;

- формулировать и обосновывать выводы; соотносить полученный результат с имеющимися знаниями;
- определять новизну и обоснованность полученного результата;
- представлять результаты своей деятельности в различных формах (сообщение, эссе, презентация, реферат, учебный проект и другие);
- объяснять сферу применения и значение проведенного учебного исследования в современном общественном контексте;

работа с информацией:

- осуществлять анализ учебной и внеучебной информации (учебники, источники, научно-популярная литература, интернет ресурсы и другие);
- извлекать, сопоставлять, систематизировать и интерпретировать информацию;
- различать виды источников информации;
- высказывать суждение о достоверности и значении информации источника (по предложенным или самостоятельно сформулированным критериям);
- рассматривать комплексы источников, выявляя совпадения и различия их свидетельств;
- использовать средства современных информационных и коммуникационных технологий с соблюдением правовых и этических норм, требований информационной безопасности;
- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;

2) в сфере универсальных коммуникативных действий:

общение:

- представлять особенности взаимодействия людей в современном мире;
- излагать и аргументировать свою точку зрения в устном высказывании, письменном тексте;
- владеть способами общения и конструктивного взаимодействия, в том числе межкультурного, в школе и социальном окружении;
- аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации;

осуществление совместной деятельности:

- осознавать значение совместной деятельности людей как эффективного средства достижения поставленных целей;
- планировать и осуществлять совместную работу, коллективные учебные проекты, в том числе на региональном материале;
- определять свое участие в общей работе и координировать свои действия с другими членами команды;
- проявлять творчество и инициативу в индивидуальной и командной работе;
- оценивать полученные результаты и свой вклад в общую работу;

3) в сфере универсальных регулятивных действий:

владение приемами самоорганизации своей учебной и общественной работы:

- выявлять проблему, задачи, требующие решения;
- составлять план действий, определять способ решения, последовательно реализовывать намеченный план действий и другие;

владение приемами самоконтроля:

- осуществлять самоконтроль, рефлекссию и самооценку полученных результатов;
- вносить коррективы в свою работу с учетом установленных ошибок, возникших трудностей;

принятие себя и других:

- осознавать свои достижения и слабые стороны в учении, школьном и внешкольном общении, сотрудничестве со сверстниками и людьми старших поколений;
- принимать мотивы и аргументы других при анализе результатов деятельности;

- признавать свое право и право других на ошибку;
- вносить конструктивные предложения для совместного решения учебных задач, проблем.

Принципы формирования содержания курса и организации учебного процесса

Данный курс предусматривает использование классно-урочной и лекционно-практической систем, а также личностно-ориентированных педагогических технологий. При решении задач значительное место должны занимать поиски идей решения, эвристические соображения, и только затем, само решение, найденное эвристически, проводится строгим логическим рассуждением. Теоретическую часть материала предполагается излагать в форме лекции. На всех практических занятиях должна присутствовать самостоятельная работа учащихся: индивидуально, в парах, в группах – в зависимости от уровня обучаемости школьников. Такая организация способствует реализации развивающих целей курса, так как развитие способностей учащихся возможно лишь при сознательном, активном участии в работе самих учащихся.

Содержание курса

Модуль 1. Основные определения и примеры групп – 6 часов.

Симметрии, определение группы. Перестановки. Основы теории множеств, отношение эквивалентности. Гомоморфизмы. Теорема Лагранжа. Группы малых порядков.

Модуль 2. Действия группы на множестве – 16 часа.

Орбиты и стабилизаторы. Лемма Бернсайда. Классы сопряжённости. Подстановочное представление групп. Цикловой индекс группы подстановок. Производящая функция запаса. Теорема Пойа. Раскраски многогранников. Перечисление графов.

Модуль 3. Абстрактная и комбинаторная теория групп – 12 часа.

Нормализатор и централизатор. Центр и коммутант. Фактор-группа. Теоремы Коши и Силова. Свободные группы. Порождающие группы. Определяющие соотношения. Использование системы GAP для исследования групп.

Тематическое планирование курса

№ п/п	Раздел	Кол-во часов
	Модуль 1. Основные определения и примеры групп	6
1	Симметрии, определение группы	1
2	Перестановки	1
3	Основы теории множеств, отношение эквивалентности	1
4	Гомоморфизмы	1
5	Теорема Лагранжа	1
6	Группы малых порядков	1
	Модуль 2. Действия группы на множестве	16
1	Орбиты и стабилизаторы	2
2	Лемма Бернсайда	3
3	Классы сопряжённости	2
4	Подстановочное представление групп	2

5	Цикловой индекс группы подстановок	2
6	Производящая функция запаса	2
7	Теорема Пойа	2
8	Раскраски многогранников	1
9	Перечисление графов	1
	Модуль 3. Абстрактная и комбинаторная теория групп	12
1	Нормализатор и централизатор	1
2	Центр и коммутант	1
3	Фактор-группа	1
4	Теоремы Коши и Силова	2
5	Свободные группы	1
6	Порождающие группы. Определяющие соотношения	2
7	Использование системы GAP для исследования групп	4
	Всего	34

Формы контроля

Текущий контроль связан с оценкой участия школьников в содержательном обсуждении темы, задаваемых вопросов, обоснованных ответов (решений задач).

Итоговый контроль – устное собеседование по изученным темам с объяснением решения типовых задач обязательного минимума.

Учебно-методический комплекс

1. Александров П. С. Введение в теорию групп. — М. : Бюро Квантум, 2008. — 160 с. — (Библиотечка «Квант» ; вып. 108. Прил. к журналу «Квант» ; № 4/2008).
2. Алгебраическая комбинаторика : учебно-методическое пособие / Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль : ЯрГУ, 2018. — 64 с.
3. Применение теории групп в комбинаторике : учеб. пособие / А. Н. Щетинин. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. — 23 с.
4. Каролинский Е.А., Новиков Б.В. Сборник задач по теории групп // Луганск : ЛДПУ им. Тараса Шевченко, 2002. — 68 с.
5. Гроссман И., Магнус В. Группы и их графы. Современная математика. Популярная серия. — М.: Мир, 1971. — 248 с.
6. Основы теории групп. Версия 1.0 [Электронный ресурс] : курс лекций / В. И. Сенашов, А. В. Тимофеенко, В. П. Шунков. – Электрон. дан. (1 Мб). – Красноярск : ИПК СФУ, 2008.
7. Интернет-проект «Задачи» – <http://www.problems.ru>.
8. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» – <http://kvant.mccme.ru>.
9. The GAP Group GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.13, 2024 – <http://www.gap-system.org>.
10. Wilson R.A., Parker R.A., Nickerson S.J. and Bray J.N. ATLAS of Finite Group Representations, Version 3.0 – <https://brauer.maths.qmul.ac.uk/Atlas/>.