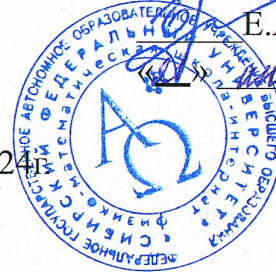


Приложение № 29
к приказу
от 21.06.2024 № 30/1-н

ПРИНЯТО
на заседании кафедры
физики ФМШ СФУ
Протокол № 8
от «21» 06 2024г.

ПРИНЯТО
на заседании
Ученого совета
ФМШ СФУ
Протокол № 7
от «06» 06 2024г.

УТВЕРЖДЕНО
Директор ФМШ СФУ
Е.А. Енгуразова
«21» июня 2024 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ»**

Составители:

Филимонов С.А., канд. тех. наук, старший научный сотрудник Лаборатории физико-химических технологий разработки трудноизвлекаемых запасов углеводородов, НИЧ СФУ, научный сотрудник Красноярского филиала ИТ СО РАН

Платонов Д.В., научный сотрудник НИЧ СФУ

Сизаско В., учитель физики ФМШ СФУ, ассистент базовой кафедры математического моделирования и процессов управления ИМИФИ СФУ

Красноярск 2024

Настоящая рабочая программа разработана на основе Федеральной образовательной программой среднего общего образования, в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования физико-математической школы-интерната ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». В соответствии с учебным планом ФМШ СФУ элективный курс «Математическое моделирование физических процессов в науке и технике» изучается в 10 или 11 классе по выбору обучающихся в объеме 1 часа в неделю в течение года обучения, всего 34 часов.

Целесообразным является поддержка курса занятиями в модуле «Математическое моделирование физических процессов в науке и технике» программы дополнительного образования «Научная лаборатория».

Сформировать у обучающихся первоначальное представление о целях и методах теории моделирования, и о возможности применения этой теории к решению разнообразных прикладных задач.

Данный элективный курс адресуется тем, кто изучает технические дисциплины с использованием новых информационных технологий и компьютерного обучения. Это позволяет учащемуся осмыслить физические задачи как объекты или явления физической реальности, понять их как модели, построить эти модели, проанализировать методами машинного эксперимента с разработкой алгоритма и программы решения с использованием вычислительных средств.

Научно-технический прогресс и социальный заказ общества поставили определенные задачи современной системе общего образования:

1. Ознакомление с основами физической науки – с ее основными понятиями, законами, теориями;
2. Формирование в сознании обучающихся естественнонаучной картины окружающего нас мира;
3. Овладение основными методами естественнонаучного исследования, формирование основ научного стиля мышления;
4. Формирование потребности обучающегося в непрерывном образовании с целью реализации стремления к всестороннему развитию своей личности.
5. Ориентация в информационном пространстве с выбором индивидуальной информационной сферы.

Компьютерная техника с ее возможностями позволяет учащимся моделировать различные ситуации, явления и процессы в природе, обществе, технике, требующие решения или объяснения. Одновременно развиваются межпредметные связи естественнонаучных дисциплин, позволяющие знакомить обучающихся с фундаментальными важнейшими физическими проблемами, экспериментальными задачами, а также процессами, протекающими в технических системах.

Компьютерное моделирование – это метод анализа реальных или ожидаемых физических процессов с помощью ЭВМ, когда процессы

моделируются согласно данной последовательности физических механизмов. Компьютерная среда позволяет строить динамические модели, т. к. реагирует на действия пользователя подобно реакции реального объекта. Компьютерные модели обеспечивают большую гибкость при проведении эксперимента во время решения экспериментальных задач, позволяют замедлить или ускорить ход времени, сжать или растянуть пространство, дополнить модель графиком, таблицей, мультипликацией, повторить или изменить ситуацию. Компьютер позволяет в пределах, предусмотренных программой, управлять процессом, вводить в него случайные события, величины и факторы, моделировать творческие процессы, имитировать функции управления событиями и видеть (в соответствии с программой) последствия принимаемых решений, повторять ход решения, т. е. вновь проводить имитацию до получения верного результата. Моделирование персонифицирует личность обучающегося как исследователя.

Курс расширяет знания и умения обучающихся по таким учебным предметам, как «физика», «математика», «информатика». Он построен таким образом, что в нем рассматриваются классические модели, опирающиеся как на знания, полученные в школе, так и на новые знания, позволяет сформировать представление о том, что процессы, происходящие в окружающем мире, имеют единую природу и описываются единым математическим аппаратом.

Цель курса: научить обучающихся:

- строить информационные модели объектов и процессов;
- разрабатывать компьютерные модели с использованием приложения для математических и инженерных расчетов;
- проводить компьютерный эксперимент, т.е. исследование компьютерных моделей;
- проводить анализ результатов исследований;
- формировать и развивать исследовательские навыки учащихся.

Задачи курса:

1. познакомить обучающихся с основными правилами разработки математических моделей, алгоритмов и методами их реализации на компьютере на примере реальных физических моделей;
2. сформировать у обучающихся представления о том, как строятся реальные компьютерные модели и какие трудности возникают при их построении;
3. познакомить обучающихся с приложениями для математических и инженерных расчетов для моделирования физических процессов на примере реализации типового задания;
4. научить обучающихся проводить виртуальные эксперименты с использованием компьютерных моделей и анализировать полученные результаты.

Предметные результаты

В результате освоения дисциплины обучающийся *должен знать*:

- основные классификации математических моделей;
- принципы моделирования, основные этапы и технологии построения моделей;
- возможности программных реализаций с помощью инструментальных средств, особенности проведения вычислительных экспериментов;
- технологию работы в приложениях для математических и инженерных расчетов.

должен уметь:

- самостоятельно осуществлять выбор методики решения и построения алгоритма решения той или иной задачи;
- выдвигать и проверять гипотезы;
- строить модели физических процессов в приложении для математических и инженерных расчетов Mathcad;
- проводить компьютерный эксперимент в приложении для математических и инженерных расчетов;
- планировать и проводить вычислительные эксперименты;
- давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранной модели.

должен владеть:

- знаниями о моделировании как о методе познания;
- методами использования специализированных математических пакетов (*Mathcad, Multisim, ANSYS Fluent*), интегрированных сред программирования для построения компьютерных моделей;
- основными методами анализа процесса моделирования и результатов моделирования;
- основными методами оценки качества используемой модели, в том числе при решении задач, относящихся к предметам среднего общего образования;
- навыками решения прикладных задач с помощью средств визуального моделирования;
- выполнять формализацию описания исследуемой системы, необходимые математические преобразования ее модели, а также эффективно решать практические задачи моделирования процессов и явлений, анализировать характеристики проектируемых систем.

Личностные результаты включают в себя:

в сфере гражданского воспитания:

- сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;
- принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;
- представление о видах идентичности, актуальных для становления человечества и общества, для жизни в современном поликультурном мире;
- готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;
- умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;

в сфере патриотического воспитания:

- сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свою страну, свой край, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;
- ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, технологиях, труде;

в сфере духовно-нравственного развития:

- сформированность нравственного сознания, этического поведения, способность оценивать ситуации нравственного выбора и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные ценности и нормы современного российского общества;
- понимание значения личного вклада в построение устойчивого будущего;
- ответственное отношение к своим родителям, представителям старших поколений, осознание значения создания семьи на основе принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;
- освоение гуманистических традиций и ценностей, уважение к личности, правам и свободам человека, культурам разных народов;

в сфере эстетического воспитания:

- представление об исторически сложившемся культурном многообразии своей страны и мира;
- эстетическое отношение к миру, современной культуре, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда, общественных отношений;

в сфере физического воспитания:

- осознание ценности жизни и необходимости ее сохранения;
- представление об идеалах гармоничного физического и духовного развития человека в исторических обществах и в современную эпоху;

в сфере трудового воспитания:

- понимание значения трудовой деятельности как источника развития человека и общества;
- уважение к труду и результатам трудовой деятельности человека;
- формирование интереса к различным сферам профессиональной деятельности;
- мотивация и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

в сфере экологического воспитания:

- осмысление исторического опыта взаимодействия людей с природной средой, его позитивных и негативных проявлений;

в понимании ценности научного познания:

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития исторической науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;
- осмысление значения истории как знания о развитии человека и общества, о социальном и нравственном опыте предшествующих поколений;
- совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;
- овладение основными навыками познания и оценки событий прошлого с позиций историзма, готовность к осуществлению учебной проектно-исследовательской деятельности в сфере истории;
- приобщение к истокам культурно-исторического наследия человечества, интерес к его познанию за рамками учебного курса и школьного обучения.

Работа на программе способствует также развитию *эмоционального интеллекта* школьников, в том числе *самосознания* (включая способность осознавать роль эмоций в отношениях между людьми); *саморегулирования*, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому; *внутренней мотивации*, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; *эмпатии* (способность понимать другого человека, оказавшегося в определенных обстоятельствах); *социальных навыков* (способность выстраивать конструктивные отношения с другими людьми, регулировать способ выражения своих суждений и эмоций с учетом позиций и мнений других участников общения).

Метапредметные результаты включают в себя следующие умения:

1) в сфере универсальных учебных познавательных действий:

владение базовыми логическими действиями:

- формулировать проблему, вопрос, требующий решения;
- устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;
- определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;
- выявлять закономерные черты и противоречия в рассматриваемых явлениях;
- разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся ресурсов;
- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;

владение базовыми исследовательскими действиями:

- определять познавательную задачу; намечать путь ее решения и осуществлять подбор материала, объекта;
- владеть навыками учебно--исследовательской и проектной деятельности;
- выявлять характерные признаки явлений;
- раскрывать причинно--следственные связи; сравнивать события, ситуации, определяя основания для сравнения, выявляя общие черты и различия;
- формулировать и обосновывать выводы; соотносить полученный результат с имеющимся знанием;
- определять новизну и обоснованность полученного результата;
- представлять результаты своей деятельности в различных формах (сообщение, эссе, презентация, реферат, учебный проект и другие);
- объяснять сферу применения и значение проведенного учебного исследования в современном общественном контексте;

работа с информацией:

- осуществлять анализ учебной и внеучебной информации (учебники, источники, научно--популярная литература, интернет ресурсы и другие);
- извлекать, сопоставлять, систематизировать и интерпретировать информацию;
- различать виды источников информации;
- высказывать суждение о достоверности и значении информации источника (по предложенным или самостоятельно сформулированным критериям);
- рассматривать комплексы источников, выявляя совпадения и различия их свидетельств;
- использовать средства современных информационных и коммуникационных технологий с соблюдением правовых и этических норм, требований информационной безопасности;

- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;

2) в сфере универсальных коммуникативных действий:

общение:

- представлять особенности взаимодействия людей в современном мире;

- излагать и аргументировать свою точку зрения в устном высказывании, письменном тексте;

- владеть способами общения и конструктивного взаимодействия, в том числе межкультурного, в школе и социальном окружении;

- аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации;

осуществление совместной деятельности:

- осознавать значение совместной деятельности людей как эффективного средства достижения поставленных целей;

- планировать и осуществлять совместную работу, коллективные учебные проекты, в том числе на региональном материале;

- определять свое участие в общей работе и координировать свои действия с другими членами команды;

- проявлять творчество и инициативу в индивидуальной и командной работе;

- оценивать полученные результаты и свой вклад в общую работу;

3) в сфере универсальных регулятивных действий:

владение приемами самоорганизации своей учебной и общественной работы:

- выявлять проблему, задачи, требующие решения;

- составлять план действий, определять способ решения, последовательно реализовывать намеченный план действий и другие;

владение приемами самоконтроля:

- осуществлять самоконтроль, рефлекссию и самооценку полученных результатов;

- вносить коррективы в свою работу с учетом установленных ошибок, возникших трудностей;

принятие себя и других:

- осознавать свои достижения и слабые стороны в учении, школьном и внешкольном общении, сотрудничестве со сверстниками и людьми старших поколений;

- принимать мотивы и аргументы других при анализе результатов деятельности;

- признавать свое право и право других на ошибку;

- вносить конструктивные предложения для совместного решения учебных задач, проблем.

Содержание курса «Математическое моделирование физических процессов в науке и технике»

Раздел 1. Введение в спецкурс. Математическое моделирование физических процессов на ЭВМ\Python– 10 часов

1. Методы научного познания: наблюдение, измерение, сравнение, физический и мысленный эксперимент, моделирование (вычислительный эксперимент). Эволюция ЭВМ и их роль в развитии вычислительных методов и технологий визуализации результатов компьютерного моделирования.

2. Границы применимости аналитического (точного) и численного метода решения физических задач. Современные пакеты прикладных программ для математических и инженерных расчетов: SigmaFlow, Matlab, Mathcad, Multisim, ANSYS Fluent.

3. Векторы, матрицы и основные действия над ними. Уравнение прямой. Кусочно-линейная функция. Аппроксимация. Линейная интерполяция. СЛАУ. Скорость изменения функции (производная).

4. Неопределенный интеграл. Приближенные вычисления определенных интегралов (метод прямоугольников, метод трапеций, метод парабол). ДУ 1-го и 2-го порядка. Решение ОДУ методом разделения переменных.

5. Введение в математическое моделирование с использованием языка программирования Python. Ввод и вывод данных. Условный оператор. Типы данных и модуль math. Циклы for и while.

6. Введение в списки. Функции без параметров, с параметрами и с возвратом значения. Библиотека MathPlotLib.

Раздел 2. Механика– 12 часов

1. Кинематика и динамика материальной точки. Законы Ньютона. Работа и энергия. Законы сохранения энергии и импульса. Баллистическое движение. Механические колебания.

2. Моделирование траектории полета тела (материальной точки), брошенного под углом к горизонту: с сопротивлением среды и без. Аналитический и численный метод решения.

3. Моделирование упругого соударения тела о стенку. Столкновение тел.

4. Моделирование механических затухающих и вынужденных колебаний. Установление стационарного режима вынужденных колебаний.

5. Моделирование гравитационного взаимодействия системы тел.

Раздел 3. Основы МКТ– 5 часов

1. Физическое описание систем с большим числом частиц. Тепловое движение молекул. Идеальный газ. Статистические закономерности МКТ. Распределение Максвелла.

2. Моделирование движения молекул идеального газа. Взаимодействие

со стенкой. Начальное распределение.

Раздел 4. Электростатика. – 5 часов

1. Электрический заряд. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Векторное поле. Работа сил и потенциал электростатического поля.

2. Моделирование электростатического поля.

Раздел 5. Итоговое тестирование по курсу– 2 часа

Тематическое планирование

№ п/п	Тема	Количество часов
1	Введение в спецкурс. Математическое моделирование физических процессов на ЭВМ\Python	10
	Методы научного познания: наблюдение, измерение, сравнение, физический и мысленный эксперимент, моделирование (вычислительный эксперимент). Эволюция ЭВМ и их роль в развитии вычислительных методов и технологий визуализации результатов компьютерного моделирования	1
	Границы применимости аналитического (точного) и численного метода решения физических задач. Современные пакеты прикладных программ для математических и инженерных расчетов: SigmaFlow, Matlab, Mathcad, Multisim, ANSYSFluent	1
	Векторы, матрицы и основные действия над ними. Уравнение прямой. Кусочно-линейная функция. Аппроксимация. Линейная интерполяция. СЛАУ. Скорость изменения функции (производная)	2
	Неопределенный интеграл. Приближенные вычисления определенных интегралов (метод прямоугольников, метод трапеций, метод парабол). ДУ 1-го и 2-го порядка. Решение ОДУ методом разделения переменных	2
	Введение в математическое моделирование с использованием языка программирования Python. Ввод и вывод данных. Условный оператор. Типы данных и модуль math. Циклы for и while	2
	Введение в списки. Функции без параметров, с параметрами и с возвратом значения. Библиотека MathPlotLib	2
2	Механика	12
	Кинематика и динамика материальной точки. Законы Ньютона. Работа и энергия. Законы сохранения энергии и импульса. Баллистическое движение. Механические колебания	3
	Моделирование траектории полета тела (материальной точки), брошенного под углом к горизонту: с сопротивлением среды и без. Аналитический и численный метод решения	3
	Моделирование упругого соударения тела о стенку. Столкновение тел	2
	Моделирование механических затухающих и вынужденных колебаний. Установление стационарного режима вынужденных колебаний	2
	Моделирование гравитационного взаимодействия системы тел	2
3	Основы МКТ	5

	Физическое описание систем с большим числом частиц. Тепловое движение молекул. Идеальный газ. Статистические закономерности МКТ. Распределение Максвелла	3
	Моделирование движения молекул идеального газа. Взаимодействие со стенкой. Начальное распределение	2
4	Электростатика	5
	Электрический заряд. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Векторное поле. Работа сил и потенциал электростатического поля	3
	Моделирование электростатического поля	2
5	Итоговое тестирование по курсу	2
	Итого	34

Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и лабораторных работ.

Для повышения наглядности лекционных занятий используются компьютерные мультимедийные презентации, подготовленные в программной среде Microsoft PowerPoint.

Для контроля усвоения разделов курса используются *тестовые технологии*.

При чтении лекций используется *технология проблемного обучения* (последовательное и целенаправленное выдвижение перед обучающимся познавательных задач, разрешая которые обучающиеся активно усваивают знания).

Курс построен на принципах системного подхода к отбору программного материала и определению последовательности его изучения обучающимися, что предусматривает глубокое изучение предметов за счет объединения занятий в блоки, т.е. реализуется *технология концентрированного обучения*.

Главную роль в элективном курсе играет лабораторный практикум, выполняемый на персональных компьютерах, задачей которого является непосредственное формирование необходимых умений и навыков путем работы обучающихся над поставленными преподавателем задачами. На занятиях лабораторного практикума для обучающихся составляется индивидуальный график выполнения лабораторных работ, т.е. применяется *технология модульного обучения*.

Выполнение лабораторных работ проводится в интерактивной форме: решение творческих заданий, индивидуальный и групповой поиск решений поставленных проблем, совместный с преподавателем анализ физических явлений.

Для контроля усвоения программного материала учитывается работа обучающихся на лекциях, после изучения очередного блока проводится компьютерное тестирование с рейтинговой формой оценивания, таким образом, используется *технология дифференцированного обучения*.

Самостоятельная работа обучающихся заключается в проработке конспекта

лекций, изучении рекомендованной литературы, выполнении домашних заданий, занятиях в компьютерном классе, подготовке к тестированию.

Формы контроля

Текущий контроль – устные ответы на занятия.

Итоговый контроль – выполнение индивидуального задания из списка примерных работ по компьютерному моделированию.

Примерные задания по компьютерному моделированию:

1. Моделирование упругого и неупругого взаимодействия шаров.
2. Моделирование колебаний: математического, пружинного маятников.
3. Моделирование колебаний струны.
4. Моделирование свободного падения тела без учета сопротивления среды.
5. Моделирование свободного падения тела с учетом сопротивления среды.
6. Моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту без учета сопротивления среды (вычисление параметров полета, построение траектории полета).
7. Моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту с учетом сопротивления среды (вычисление параметров полета, построение траектории полета).
8. Моделирование движения тела с переменной массой.
9. Моделирование движения тел с различными скоростями.
10. Моделирование движения космических аппаратов.
11. Моделирование движения планет Солнечной системы.
12. Имитационное моделирование броуновских траекторий.
13. Моделирование процесса движения кривошипно-шатунного механизма.
14. Имитация экспериментальной проверки опыта Резерфорда.
15. Моделирование силовых линий электрического поля.
16. Моделирование движения заряженных частиц в кулоновском поле.
17. Моделирование фигур Лиссажу.
18. Моделирование динамики изменения температуры тела в процессе нагрева и остывания.
19. Моделирование методом молекулярной динамики системы, состоящей из большого числа частиц.

Примерные темы индивидуального проекта:

1. Исследование динамики распространения опасных факторов пожара в здании.
2. Ветроэнергетика и солнечная энергетика. Перспективы развития ветроэнергетики и солнечной энергетики в условиях Крайнего севера.

3. Ветроэнергетика. Исследование цикла ротора в качестве ветрогенератора.
4. Методы экспериментального исследования потоков. РИУ.
5. Численное моделирование течения в элементах проточного тракта высоконапорных ГЭС»
6. Численное исследование обтекания зданий сложной формы и оценка их влияния на формирование условий пешеходного ветрового комфорта
7. Экспериментальное изучение аэродинамики крылового профиля.
8. Высоконапорные гидроэлектростанции. Экспериментальное изучение режимов работы.
9. Численное исследование влияния наземных переходов на общую аэродинамику квартала;
10. Численное исследование аэродинамики обтекания зданий нестандартной формы.
11. Численное исследование распространения и затухания звуковой волны;
12. Моделирование течения жидкости в каналах сложной формы;
13. Потенциал Леннарда-Джонса в численном моделировании взаимодействия молекул

Учебно-методические материалы по дисциплине

Основная литература

1. Булавин Л. А. Компьютерное моделирование физических систем: [учебное пособие: для студентов и аспирантов физических и физико-химических специальностей] / Л. А. Булавин, Н.В. Выгорницкий, Н.И. Лебовка. -Долгопрудный:Интеллект, 2011;
2. Введение в математическое моделирование: учеб.пособие/ В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер и др.; под ред. П.В.Трусова. -М.: Логос, 2007. -440 с.;
3. СабанаевИ.А.Компьютерноемоделированиефизическихпроцессов:учебно-методическоепособие/И.А.Сабанаев,А.Н.Гайфутдинов,З.Ф.Сабанаева. -Нижекамск:Изд-воНМИ,2008. - 39 с.;
4. ТарасевичЮ.Ю.Математическоеикомпьютерноемоделирование:вводныйкурс:учебнопособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 030100"Информатика" /Ю.Ю.Тарасевич. -Москва:ЛИБРОКОМ,2013. -148с.
5. Основы информатики и вычислительной техники. Каймин В. А., Щеголев А. Г., Ерохина Е. А., Федюшин Д. П. Проб. учеб. для 10-11 классов. 2-е изд., М., «Просвещение» 1990 г.

6. Информационные системы и модели. Элективный курс: Учебное пособие/ И.Г. Семакин, Е.К. Хеннер. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.

7. Информационные системы и модели. Элективный курс: Практикум/ И.Г. Семакин, Е.К. Хеннер. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

8. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов: учебник для вузов / В.М. Вержбицкий. – М.: Высш. Шк., 2002. – 840 с.

9. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 632 с.

10. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

Дополнительная литература

1. Асанов, А.З. Введение в математическое моделирование динамических систем: учебное пособие / А. З.Асанов. -Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2008.

2. Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике. Ч.1: В2-хч.: перевод с английского/ Х.Гулд Я.Тобочник; Пер.с англ. А.Н.Полюдова, В.А.Панченко. - Москва: Мир, 1990.-349с.

3. Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике. Ч.2: В2-хч.: перевод с английского/ Х. Гулд, Я. Тобочник; Пер. с англ. А.Н.Полюдова, В.А.Панченко. - Москва: Мир, 1990. - 400с.

4. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.

Интернет-ресурсы

1. Образовательный математический сайт Exponenta.ru.
URL:<http://www.exponenta.ru/>

2. Matplotlib: Визуализация в Python. URL: <https://matplotlib.org/>