

Приложение № 28  
к приказу  
от 26.08.2022 № 51-П

ПРИНЯТО  
на заседании кафедры  
математики ФМШ СФУ  
Протокол № 10  
от «3» 06 2022 г.

ПРИНЯТО  
на заседании  
Ученого совета  
ФМШ СФУ  
Протокол № 5  
от «8» 06 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО  
Директор ФМШ СФУ  
Е.А. Енгуразова  
«26» 08 2022 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА  
«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ»  
(2022-2023 гг)**

Составитель:

Завьялов М.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и математической логики, Институт математики и фундаментальной информатики, СФУ

○

Красноярск 2022

Настоящая рабочая программа разработана в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования физико-математической школы-интерната ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». В соответствии с учебным планом ФМШ СФУ элективный курс «Решение задач с параметрами» изучается в 11 классе по выбору обучающихся в объеме 2 часов в неделю в течение года обучения, всего 68 часов.

Математическое образование в системе среднего образования занимает одно из ведущих мест, что определяется безусловной практической значимостью математики, её возможностями в формировании мышления человека, её вкладом в создание представлений о научных методах познания действительности.

Математика практически единственный учебный предмет, в котором задачи используются и как цель, и как средство обучения, а иногда и как предмет изучения. Ограниченность учителя временными рамками урока и временем изучения темы, нацеленность учителя и учащихся на достижение ближайших целей (успешно написать проверочную или контрольную работу, сдать зачет) – все это никак не способствует решению на уроке задач творческого характера, нестандартных задач, задач повышенного уровня сложности. Предлагаемая программа специального курса предполагает решение большого количества сложных задач, многие из которых понадобятся как при подготовке к сдаче ЕГЭ, так и при учебе в высшей школе. Предлагаются к рассмотрению такие вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы, как рациональные и иррациональные задачи с параметрами, применение координатно - параметрического метода при решении задач с параметрами, и др.

Специальный курс представлен в виде практикума, который позволит систематизировать и расширить знания учащихся в решении задач по математике и позволит начать целенаправленную подготовку к сдаче экзамена.

**Цель курса** - создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации полученных ранее знаний, подготовка к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

#### **Задачи курса:**

- обеспечение усвоения обучающимися наиболее общих приемов и способов решения задач с параметрами;
- формирование и развитие у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;
- развитие умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;
- расширение и углубление курса математики, обеспечивающее повышенный уровень изучения математики;
- формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;
- формирование навыка работы с научной литературой, различными источниками;
- развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

Рассчитанная на 68 часов программа может быть реализована в 11 классе по 2 часа в неделю на протяжении 2-х полугодий. В организации процесса обучения в рамках рассматриваемого курса используются две взаимодополняющие формы: урочная форма и внеурочная форма, в которой учащиеся дома выполняют практические задания для самостоятельного решения.

#### **Образовательные результаты**

Изучение данного курса дает учащимся возможность формировать и развивать:

### **Личностные результаты**

1) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

2) навыки сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

3) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

### **Метапредметные результаты**

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

### **Предметные результаты**

По завершении курса обучающийся *будет знать*:

- понятие параметра;
- что значит решить уравнение с параметром, неравенство с параметром, систему уравнений и неравенств с параметром;
- основные способы решения различных уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств с параметром;
- алгоритмы решений задач с параметрами;
- зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра свойства решений уравнений, неравенств и их систем;
- свойства функций в задачах с параметрами.

*Обучающийся будет уметь*:

- определять вид уравнения (неравенства) с параметром;
- выполнять равносильные преобразования;
- применять аналитический или функционально-графический способы для решения задач с параметром;
- осуществлять выбор метода решения задачи и обосновывать его;
- использовать в решении задач с параметром свойства основных функций (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность);
- выбирать и записывать ответ;
- решать линейные, квадратные уравнения и неравенства; несложные иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с одним параметром при всех значениях параметра.

Данный курс направлен на формирование научного типа мышления, научных представлений о ключевых теориях, типах и видах отношений, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами решения задач с параметрами, возможность

использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ, повышение уровня математической культуры, ознакомление и использование на практике нестандартных методов решения задач.

## Содержание курса

### Аналитические методы (42 часа)

Уравнение. Корень уравнения. Равносильность уравнений. Параметр. Решение уравнения с параметром. Линейное уравнение. Количество корней линейного уравнения. Квадратное уравнение. Дискриминант квадратного уравнения. Количество корней квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Расположение корней квадратного трехчлена. Теорема Виета. Обратная теорема Виета. Уравнения высших степеней. Схема Горнера. Теорема Безу. Решение уравнения методом разложения на множители левой части. Биквадратное уравнение. Симметрические уравнения. Возвратные уравнения. Модуль числа. Раскрытие модуля. Система уравнений. Способы решения систем уравнений. Дробно – рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Методы решения иррациональных уравнений. Показательные уравнения. Метод ведения новой переменной. Логарифмическое уравнение. Ограничения при решении логарифмических уравнений. Методы решения логарифмических уравнений. Простейшие тригонометрические уравнения. Однородные уравнения. Преобразование тригонометрических выражений. Неравенства. Множество решений неравенств. Решение неравенства с параметром. Линейное неравенство. Монотонность линейной функции. Квадратные неравенства. Дробно – рациональные неравенства. Иррациональные неравенства. Метод интервалов. Инвариантность. Инвариантные выражения. Использование инвариантности выражений для решения задач с параметром. Инвариантность относительно знака переменной. Инвариантность относительно перестановки переменных  $x$  и  $y$ . Применение свойства инвариантности выражений при решении задач с параметром.

### Функционально – графические методы (26 часов)

Координатная плоскость  $xOy$ . Функция. Область определения функции. Область значений функции. Нахождение области значений элементарных функций и их композиций. Использование неотрицательности функций. Свойства функций. График функции. Графическая интерпретация функций с параметром как семейства графиков. Преобразования графиков функций. параллельный перенос. Поворот. Зеркальное отображение. Использование формулы расстояния между двумя точками плоскости в координатах. Координатная плоскость  $xOa$  или  $aOy$ . График линейной функции. Парабола. Расположение параболы в координатной плоскости в зависимости от коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Графическое решение уравнения. Графическое решение систем уравнений. Графическое решение неравенств.

## Тематическое планирование

| №п/п                                     | Наименование разделов           | Всего часов | В том числе |        | Форма контроля |
|--|---------------------------------|-------------|-------------|--------|----------------|
|  |                                 |             | Теорет      | Практ. |                |
| <b>1. Аналитические методы (42 часа)</b> |                                 |             |             |        |                |
| 1.                                       | Линейные уравнения              | 3           | 0,5         | 2,5    | Практикум №1.  |
| 2.                                       | Квадратные уравнения            | 3           | 0,5         | 2,5    |                |
| 3.                                       | Уравнения высших степеней       | 3           | 1           | 2      |                |
| 4.                                       | Уравнения с модулем             | 3           | 0,5         | 2,5    |                |
| 5.                                       | Дробно - рациональные уравнения | 3           | 0,5         | 2,5    |                |
| 6.                                       | Иррациональные уравнения        | 3           | 1           | 2      |                |
| 7.                                       | Тригонометрические уравнения    | 3           | 0,5         | 2,5    |                |
| 8.                                       | Показательные уравнения         | 3           | 0,5         | 2,5    |                |

|  |   |     |      |        |   |
|--|---|-----|------|--------|---|
| 9.   | Логарифмические уравнения                                       | 3   | 1    | 2      | Практикум<br>№2   |
| 10.  | Линейные неравенства  | 3   | 0,5  | 2,5    |   |
| 11.  | Квадратные неравенства  | 3   | 0,5  | 2,5    |   |
| 12.  | Дробно – рациональные неравенства                               | 4   | 0,5  | 3,5    |   |
| 13.  | Иррациональные неравенства                                      | 5   | 1    | 4      |   |
| <b>Итого</b>   |   | 42ч | 8,5ч | 33,5 ч |   |
| <b>2. Функционально - графические методы (26часов)</b> |   |     |      |        |   |
| 1.   | Координатная плоскость xOy.<br>Параллельный перенос вдоль оси y | 5   | 1    | 4      | Практическа<br>я работа.<br>Защита<br>групповых<br>проектов |
| 2.   | Координатная плоскость xOy.<br>Параллельный перенос вдоль оси x | 5   | 1    | 4      |   |
| 3.   | Координатная плоскость xOy.<br>Поворот                          | 4   | 1    | 3      |   |
| 4.   | Координатная плоскость aOx.<br>Уравнения                        | 5   | 1    | 4      |   |
| 5.   | Координатная плоскость aOx.<br>Неравенства.                     | 5   | 1    | 4      |   |
| 6.   | Итоговая работа   | 2   | -    | 2      |   |
| <b>Итого</b>   |   | 26ч | 5ч   | 21ч    |   |

### Методическое обеспечение

В процессе изучения материала используются как традиционные формы обучения, так и самообразование, саморазвитие учащихся посредством самостоятельной работы с информационным и методическим материалом.

Занятия включают в себя теоретическую и практическую части, в зависимости от целесообразности. Основные формы проведения занятий: беседа, дискуссия, консультация, практическое занятие, защита проекта. Особое значение отводится самостоятельной работе учащихся, при которой учитель на разных этапах изучения темы выступает в разных ролях, чётко контролируя и направляя работу учащихся.

Предполагаются следующие формы организации обучения: индивидуальная, групповая, коллективная, взаимное обучение, самообучение.

Средства обучения: дидактические материалы, творческие задания для самостоятельной работы, мультимедийные средства, справочная литература.

Технологии обучения: информационные, проектные, исследовательские. Занятия носят проблемный характер. Предполагаются ответы на вопросы в процессе дискуссии, поиск информации по смежным областям знаний.

### Текущий контроль

Эффективность обучения отслеживается следующими формами контроля: самостоятельная работа, практикумы, групповые проекты.

Основные формы итогового контроля: практикумы по темам «Решение уравнений с параметрами», «Решение неравенств с параметрами», практическая работа по теме «Функционально – графический метод решения уравнений и неравенств с параметрами».

### Учебно-методические материалы по дисциплине

#### Основная литература

1. Ястребеницкий Г. Я. «Задачи с параметрами», М.: Просвещение, 2006г.
2. Прокофьев А. А «Задачи с параметрами», МИЭТ, 2004г.

3. Прокофьев А. А., Корянов А. Г. Математика ЕГЭ 2012. Функция и параметр ( типовые задания C5), [www.alexlarin.net](http://www.alexlarin.net).
4. Высоцкий В. С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. – М.: Научный мир, 2011 – 316 с.

Практикум № 1

- 1) Решите уравнение при всех значениях параметра а:  $ax^2 = a(x+2) - 2$
- 2) Найти все значения параметра b, при каждом из которых корень уравнения  $6 - 3b + 4bx = 4b + 12x$  меньше 1.
- 3) Определите все значения k, при которых корни уравнения  $\frac{3}{8-k} = \frac{1}{kx-2}$  положительны.
- 4) Решите уравнение при всех значениях параметра m:  $mx^2 + 3mx - (m+2) = 0$ .
- 5) Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение  $36^x - (8a+5)6^x + 16a^2 + 20a - 14 = 0$  имеет единственный корень?
- 6) Найдите все целые значения параметра а, при которых уравнение  $2 - 2\cos 2x = 3a + 4\sin x$  имеет хотя бы одно решение.
- 7) Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение  $x - 2\sqrt{x-2} - 2 = a$  имеет единственное решение.

Практикум №2

- 1) При каких значениях а, неравенство  $\frac{(a-x)(x+3)}{2x^2-3x+7} > 0$  не имеет решений?
- 2) Для каждого значения параметра а решите неравенство  $\frac{x-a}{x-a-1} > 0$
- 3) Найдите все значения а, для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$ 
  - а) выполняется для всех x
  - б) выполняется для всех  $x > 0$
  - в) выполняется для всех  $x < 0$
  - г) выполняется для всех  $-1 < x < 0$

Практическая работа

- 1) Для каждого значения а определите количество корней уравнения: 1)  $|x^2 - 6|x|| = a$
- 2)  $|x+1| = ax$
- 3) Найдите все значения а, при которых уравнение  $x^2 - |x^2 + 2x - 3| = a$  имеет более чем два корня.
- 4) Найдите все значения а, при которых уравнение  $|3 - |x|| - |x - 5| = a$  имеет бесконечно много решений.

Итоговая контрольная работа

- 1) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-1}{x-a} > 0$ .
- 2) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $(a^2-1)x - (2a^2+a-3) = 0$ .
- 3) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 + 2(a+1)x + 2a = 0$ .
- 4) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых корень уравнения  $15x - 7a = 2 + 6a - 3ax$  меньше 2.
- 5) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  
$$\frac{x}{m(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-m^2}{(x+1)(x+2)m}$$
- 6) Найдите все значения параметра  $v$ , при которых уравнение  $9^{x+(v^2+6)} \cdot 3^x - v^2 + 16 = 0$  не имеет решения.
- 7) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $|x^2 - 2x + a| > 5$  не имеет решений на отрезке  $[-1; 2]$ .
- 8) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| - |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет а) ровно три корня, б) бесконечно много корней.
- 9) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $\frac{|x-2|}{x-2} = |x+a|$  имеет 1 корень.