

Приложение № 48  
к приказу  
от 21.06.2024 № 30/1-4

ПРИНЯТО  
на заседании кафедры  
математики ФМШ СФУ  
Протокол № 8  
от «03» 06 2024г.

ПРИНЯТО  
на заседании  
Ученого совета  
ФМШ СФУ  
Протокол № 4  
от «06» 06 2024г.



УТВЕРЖДЕНО  
Директор ФМШ СФУ  
Е.А. Енгуразова  
«06» 06 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА  
«ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»**

Разработчики программы:

Зотов И.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики СФУ

Настоящая рабочая программа разработана на основе Федеральной образовательной программы среднего общего образования, в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, основной образовательной программой среднего общего образования физико-математической школы-интерната ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». Элективный курс «Теория чисел» изучается по выбору обучающихся и изучается в 10 или 11 классе в объеме 1 часа в неделю, 34 часа в год.

Программа курса «Теория чисел» предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к математике, развитию логического и пространственного мышления, творческих навыков. В сочетании с активными методами обучения программа предусматривает выработку навыков самостоятельного творческого решения поставленных проблем, способствует развитию индивидуальных способностей учащихся, их знакомству с жизнью и научной деятельностью выдающихся математиков и т.д.

Наибольшую трудность представляют задания, отличающиеся от стандартных заданий формулировкой или требующие нестандартного подхода. Решение многих нестандартных задач требует не только глубокого знания и понимания теоретических основ математики, но и применение знаний теории в нестандартных ситуациях, умения логически верно самостоятельно выстраивать цепочку рассуждений. Учитывая это, на первом этапе изучения курса рассматриваются теоретические и практические вопросы, тесно связанные со школьным курсом математики, для прочного усвоения этого курса, а затем рассматриваются задания, в которых требуется нестандартный подход. При этом изучение будет проходить спиралевидно, на каждом новом витке обновляя и углубляя знания. Обогащение учебного материала продиктовано необходимостью создать комплексную систему математического образования для эффективной профилизации в данном предмете, для успешной сдачи ЕГЭ и успешной учёбы в ВУЗе. В высшей школе от студентов требуется умение точно и лаконично выражать мысли в устной и письменной форме, доказывать математические факты, работать с литературой.

Актуальность курса для обучающихся связана с возможностью расширения и углубления предметных знаний в области «Математика», необходимостью систематизации и обобщения получаемых на учебном курсе знаний, тренировке умений в решении задач по теории чисел с условиями, отличающимися от предлагаемых в рамках учебного курса.

Специфика курса заключается в том, что все занятия ведут преподаватели СФУ, демонстрирующие собой «нешкольный» тип отношений между преподавателем и студентом. В рамках занятий они становятся «собеседниками», разбираясь со сложными вопросами математики, решением сложных задач.

Целесообразным является поддержка курса занятиями в модуле «Теория чисел» в рамках программы дополнительного образования «Научная лаборатория».

**Цель курса:** обучение учащихся основным теоретико-числовым методом решения задач, возникающих как в самой теории чисел, так и других математических дисциплинах и в практике, ознакомление с историей развития теории чисел и с вкладом российских учёных в эту область математики.

**Задачи курса:**

- изучить основные теоретико-числовые методы решения задач, возникающих как в самой теории чисел, так и других математических дисциплинах и в практике;
- ознакомиться с историей развития теории чисел и с вкладом российских учёных в эту область математики.

**Образовательные результаты курса**

## **В результате изучения курса обучающийся должен**

### *Знать:*

- основные понятия теории чисел, определения и свойства математических объектов в этой области;
- формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

### *Уметь:*

- решать задачи по основным разделам теории чисел: теории делимости, сравнениям, диофантовым уравнениям;
- переводить поставленные задачи на язык математики.

## **Личностные результаты включают в себя:**

### *в сфере гражданского воспитания:*

- сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;
- принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;
- представление о видах идентичности, актуальных для становления человечества и общества, для жизни в современном поликультурном мире;
- готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;
- умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;

### *в сфере патриотического воспитания:*

- сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свою страну, свой край, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;
- ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, технологиях, труде;

### *в сфере духовно-нравственного развития:*

- сформированность нравственного сознания, этического поведения, способность оценивать ситуации нравственного выбора и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные ценности и нормы современного российского общества;
- понимание значения личного вклада в построение устойчивого будущего;
- ответственное отношение к своим родителям, представителям старших поколений, осознание значения создания семьи на основе принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;
- освоение гуманистических традиций и ценностей, уважение к личности, правам и свободам человека, культурам разных народов;

### *в сфере эстетического воспитания:*

- представление об исторически сложившемся культурном многообразии своей страны и мира;
- эстетическое отношение к миру, современной культуре, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда, общественных отношений;

### *в сфере физического воспитания:*

- осознание ценности жизни и необходимости ее сохранения;
- представление об идеалах гармоничного физического и духовного развития человека в исторических обществах и в современную эпоху;

*в сфере трудового воспитания:*

- понимание значения трудовой деятельности как источника развития человека и общества;
- уважение к труду и результатам трудовой деятельности человека;
- формирование интереса к различным сферам профессиональной деятельности;
- мотивация и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

*в понимании ценности научного познания:*

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития исторической науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;
- осмысление значения истории как знания о развитии человека и общества, о социальном и нравственном опыте предшествующих поколений;
- совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;
- овладение основными навыками познания и оценки событий прошлого с позиций историзма, готовность к осуществлению учебной проектно-исследовательской деятельности в сфере истории;
- приобщение к истокам культурно-исторического наследия человечества, интерес к его познанию за рамками учебного курса и школьного обучения.

Работа на программе способствует также развитию *эмоционального интеллекта* школьников, в том числе *самосознания* (включая способность осознавать роль эмоций в отношениях между людьми); *саморегулирования*, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому; *внутренней мотивации*, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; *эмпатии* (способность понимать другого человека, оказавшегося в определенных обстоятельствах); *социальных навыков* (способность выстраивать конструктивные отношения с другими людьми, регулировать способ выражения своих суждений и эмоций с учетом позиций и мнений других участников общения).

**Метапредметные результаты включают в себя следующие умения:**

**1) в сфере универсальных учебных познавательных действий:**

*владение базовыми логическими действиями:*

- формулировать проблему, вопрос, требующий решения;
- устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;
- определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;
- выявлять закономерные черты и противоречия в рассматриваемых явлениях;
- разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся ресурсов;
- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;

*владение базовыми исследовательскими действиями:*

- определять познавательную задачу; намечать путь ее решения и осуществлять подбор материала, объекта;
- владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности;
- выявлять характерные признаки явлений;
- раскрывать причинно-следственные связи; сравнивать события, ситуации, определяя основания для сравнения, выявляя общие черты и различия;

- формулировать и обосновывать выводы; соотносить полученный результат с имеющимися знаниями;
- определять новизну и обоснованность полученного результата;
- представлять результаты своей деятельности в различных формах (сообщение, эссе, презентация, реферат, учебный проект и другие);
- объяснять сферу применения и значение проведенного учебного исследования в современном общественном контексте;

*работа с информацией:*

- осуществлять анализ учебной и внеучебной информации (учебники, источники, научно-популярная литература, интернет ресурсы и другие);
- извлекать, сопоставлять, систематизировать и интерпретировать информацию;
- различать виды источников информации;
- высказывать суждение о достоверности и значении информации источника (по предложенным или самостоятельно сформулированным критериям);
- рассматривать комплексы источников, выявляя совпадения и различия их свидетельств;
- использовать средства современных информационных и коммуникационных технологий с соблюдением правовых и этических норм, требований информационной безопасности;
- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;

**2) в сфере универсальных коммуникативных действий:**

*общение:*

- представлять особенности взаимодействия людей в современном мире;
- излагать и аргументировать свою точку зрения в устном высказывании, письменном тексте;
- владеть способами общения и конструктивного взаимодействия, в том числе межкультурного, в школе и социальном окружении;
- аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации;

*осуществление совместной деятельности:*

- осознавать значение совместной деятельности людей как эффективного средства достижения поставленных целей;
- планировать и осуществлять совместную работу, коллективные учебные проекты, в том числе на региональном материале;
- определять свое участие в общей работе и координировать свои действия с другими членами команды;
- проявлять творчество и инициативу в индивидуальной и командной работе;
- оценивать полученные результаты и свой вклад в общую работу;

**3) в сфере универсальных регулятивных действий:**

*владение приемами самоорганизации своей учебной и общественной работы:*

- выявлять проблему, задачи, требующие решения;
- составлять план действий, определять способ решения, последовательно реализовывать намеченный план действий и другие;

*владение приемами самоконтроля:*

- осуществлять самоконтроль, рефлекссию и самооценку полученных результатов;
- вносить коррективы в свою работу с учетом установленных ошибок, возникших трудностей;

*принятие себя и других:*

- осознавать свои достижения и слабые стороны в учении, школьном и внешкольном общении, сотрудничестве со сверстниками и людьми старших поколений;
- принимать мотивы и аргументы других при анализе результатов деятельности;

- признавать свое право и право других на ошибку;
- вносить конструктивные предложения для совместного решения учебных задач, проблем.

### **Принципы формирования содержания курса и организации учебного процесса**

Данный курс предусматривает использование классно-урочной и лекционно-практической систем, а также личностно-ориентированных педагогических технологий. При решении задач значительное место должны занимать поиски идей решения, эвристические соображения, и только затем, само решение, найденное эвристически, проводится строгим логическим рассуждением. Теоретическую часть материала предполагается излагать в форме лекции. На всех практических занятиях должна присутствовать самостоятельная работа учащихся: индивидуально, в парах, в группах – в зависимости от уровня обучаемости школьников. Такая организация способствует реализации развивающих целей курса, так как развитие способностей учащихся возможно лишь при сознательном, активном участии в работе самих учащихся.

### **Содержание курса**

#### **Модуль 1. Теория делимости – 12 часа.**

Свойства делимости. Теорема о делении с остатком. Разложение на множители. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. НОД и НОК. Остатки. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Мультипликативные функции. Число и сумма делителей натурального числа. Функция Эйлера.

#### **Модуль 2. Сравнения и диофантовы уравнения – 16 часа.**

Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Китайская теорема об остатках. Признаки делимости и другие системы счисления. Линейные уравнения в целых числах. Нелинейные уравнения и системы уравнений в целых числах. Разные задачи на целые числа. Теорема Ферма и Эйлера.

#### **Модуль 3. Неравенства и оценки в задачах теории чисел – 6 часов**

Среднее арифметическое. Неравенство о средних. Неравенства и оценки. Последовательности и прогрессии.

### **Тематическое планирование курса**

<b>№ п/п</b>	<b>Раздел</b>	<b>Кол-во часов</b>
	<b>Модуль 1. Теория делимости</b>	<b>12</b>
1	Свойства делимости	1
2	Теорема о делении с остатком	1
3	Разложение на множители	1
4	Простые и составные числа	1
5	Основная теорема арифметики	1
6	НОД и НОК	1
7	Остатки	1
8	Алгоритм Евклида	1
9	Взаимно простые числа	1

10	Мультипликативные функции	1
11	Число и сумма делителей натурального числа	1
12	Функция Эйлера	1
	<b>Модуль 2. Сравнения и диофантовы уравнения</b>	<b>16</b>
1	Сравнения по модулю	2
2	Свойства сравнений	1
3	Китайская теорема об остатках	2
4	Признаки делимости и другие системы счисления	2
5	Линейные уравнения в целых числах	2
6	Нелинейные уравнения и системы уравнений в целых числах	3
7	Разные задачи на целые числа	2
8	Теорема Ферма и Эйлера	2
	<b>Модуль 3. Неравенства и оценки в задачах теории чисел</b>	<b>6</b>
1	Среднее арифметическое. Неравенство о средних	2
2	Неравенства и оценки	2
3	Последовательности и прогрессии	2
	<b>Всего</b>	<b>34</b>

### Формы контроля

Текущий контроль связан с оценкой участия школьников в содержательном обсуждении темы, задаваемых вопросов, обоснованных ответов (решений задач).

Итоговый контроль – устное собеседование по изученным темам с объяснением решения типовых задач обязательного минимума.

### Учебно-методический комплекс

1. Алфутова Н.Б. Устинов А.В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ // М.: МЦНМО, 2009. – 336 с.
2. Бибииков П.В., Козеренко К.В. Малахов А.И. Теория чисел во Второй школе // М.: МЦНМО, 2021. – 224 с.
3. Бухштаб А.А. Теория чисел // СПб.: Лань, 2008 – 384 с.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел // СПб.: Лань, 2009 – 176 с.
5. Вольфсон Г.И., Пратусевич М.Я., Рукшин С.Е., Столбов К.М., Яценко И.В. ЕГЭ. Математика. Арифметика и алгебра. Задача 18 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 144 с.
6. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки // М.: МЦНМО, 2021. – 304 с.
7. Горбачев Н.В.. Сборник олимпиадных задач по математике // М.: МЦНМО, 2013. – 560 с.
8. Деза Е.И., Котова Л.В. Сборник задач по теории чисел. 112 задач с подробными решениями // М.: USSR, 2012 – 224 с.
9. Кноп К.А. Азы теории чисел // М.: МЦНМО, 2022 – 80 с.
10. Оре О. Приглашение в теорию чисел // М.: USSR, 2003 – 128 с.
11. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу // М.: МЦНМО, 2007 – 608 с.
12. Серпинский В. 250 задач по элементарной теории чисел. М.: Просвещение, 1968. – 160 с.
13. Интернет-проект «Задачи» – <http://www.problems.ru>.
14. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» – <http://kvant.mccme.ru>.

