

Приложение № 69  
к приказу  
от 21.06.2024 № 30/1-н

ПРИНЯТО  
на заседании кафедры  
математики ФМШ СФУ  
Протокол № 8  
от «03» 06 2024г.

ПРИНЯТО  
на заседании  
Ученого совета  
ФМШ СФУ  
Протокол № 7  
от «06» 06 2024г.

УТВЕРЖДЕНО  
Директор ФМШ СФУ  
Е.А. Енгуразова  
июня 2024 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ПРОГРАММЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ КУРСА МАТЕМАТИКИ 10 КЛАССА»**

Разработчики программы:

Зотов И.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики СФУ

Настоящая рабочая программа разработана на основе Федеральной образовательной программы среднего общего образования, в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, основной образовательной программой среднего общего образования физико-математической школы-интерната ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». Программа «Избранные вопросы курса математики 10 класса» реализуется по выбору для учеников 10 класса в объеме 4 часов в неделю, 136 часов в год.

Процесс усвоения математических знаний, которые представлены как хорошо организованная система взаимосвязанных между собой элементов, формирует системность и структурность мышления, а обучение математике должно быть построено так, чтобы демонстрировать возможность универсальности применения приобретенных знаний. В школьном курсе математики эта цель достигается путем решения значительного количества задач, что позволяет учащимся наиболее эффективно усваивать соотношения между известными и вновь вводимыми понятиями, применять полученные знания на практике и т.д.

С другой стороны, с современной системе образования контроль знаний организован в форме Единого государственного экзамена, причем экзамен по математике предполагает решение задач как стандартных, так и повышенной сложности. Как правило, некоторые задачи повышенной сложности вызывают трудности и у подготовленных школьников, зачастую из-за того, что при решении подобных задач необходимо оперировать большим числом понятий, одновременно применять знания из разных разделов математики или процесс самого решения требует от учащихся выстраивать весьма длинную цепочку четких и последовательных выкладок.

Актуальность курса для обучающихся связана с возможностью расширения и углубления предметных знаний в области «Математика», необходимостью систематизации и обобщения получаемых на учебном курсе знаний, тренировке умений в решении задач по алгебре и геометрии с условиями, отличающимися от предлагаемых в рамках учебного курса.

Специфика курса заключается в том, что все занятия ведут преподаватели СФУ, демонстрирующие собой «нешкольный» тип отношений между преподавателем и студентом. В рамках занятий они становятся «собеседниками», разбираясь со сложными вопросами математики, решением сложных задач.

#### **Цель курса:**

- развитие у учащихся способности находить решение задач повышенной сложности.

#### **Задачи курса:**

- реализация индивидуализации обучения; удовлетворение образовательных потребностей школьников по математике. Формирование устойчивого интереса учащихся к предмету;
- рассмотрение наиболее общих по содержанию и форме задач повышенной сложности
- изучение общих подходов к решению задач повышенной сложности, умение решать задачи при помощи различных методов (графического, аналитического и т.п.);
- Развитие умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации.
- Формирование и развитие аналитического и логического мышления.
- Развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы.

### **Образовательные результаты курса**

## **В результате изучения курса обучающийся должен**

*Знать:*

- разные способы решения задач по математике (аналитический, графический и т.д.);

*Уметь:*

- использовать разные способы решения задач по алгебре и геометрии (графического, аналитического и др.);
- строить и выделять математические модели.

### **Личностные результаты включают в себя:**

*в сфере гражданского воспитания:*

- сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;
- принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;
- представление о видах идентичности, актуальных для становления человечества и общества, для жизни в современном поликультурном мире;
- готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;
- умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;

*в сфере патриотического воспитания:*

- сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свою страну, свой край, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;
- ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, технологиях, труде;

*в сфере духовно-нравственного развития:*

- сформированность нравственного сознания, этического поведения, способность оценивать ситуации нравственного выбора и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные ценности и нормы современного российского общества;
- понимание значения личного вклада в построение устойчивого будущего;
- ответственное отношение к своим родителям, представителям старших поколений, осознание значения создания семьи на основе принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;
- освоение гуманистических традиций и ценностей, уважение к личности, правам и свободам человека, культурам разных народов;

*в сфере эстетического воспитания:*

- представление об исторически сложившемся культурном многообразии своей страны и мира;
- эстетическое отношение к миру, современной культуре, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, трудовых, общественных отношений;

*в сфере физического воспитания:*

- осознание ценности жизни и необходимости ее сохранения;
- представление об идеалах гармоничного физического и духовного развития человека в исторических обществах и в современную эпоху;

*в сфере трудового воспитания:*

- понимание значения трудовой деятельности как источника развития человека и общества;

- уважение к труду и результатам трудовой деятельности человека;
- формирование интереса к различным сферам профессиональной деятельности;
- мотивация и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

*в понимании ценности научного познания:*

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития исторической науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;
- осмысление значения истории как знания о развитии человека и общества, о социальном и нравственном опыте предшествующих поколений;
- совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;
- овладение основными навыками познания и оценки событий прошлого с позиций историзма, готовность к осуществлению учебной проектно-исследовательской деятельности в сфере истории;
- приобщение к истокам культурно-исторического наследия человечества, интерес к его познанию за рамками учебного курса и школьного обучения.

Работа на программе способствует также развитию *эмоционального интеллекта* школьников, в том числе *самосознания* (включая способность осознавать роль эмоций в отношениях между людьми); *саморегулирования*, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому; *внутренней мотивации*, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; *эмпатии* (способность понимать другого человека, оказавшегося в определенных обстоятельствах); *социальных навыков* (способность выстраивать конструктивные отношения с другими людьми, регулировать способ выражения своих суждений и эмоций с учетом позиций и мнений других участников общения).

**Метапредметные результаты включают в себя следующие умения:**

**1) в сфере универсальных учебных познавательных действий:**

*владение базовыми логическими действиями:*

- формулировать проблему, вопрос, требующий решения;
- устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;
- определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;
- выявлять закономерные черты и противоречия в рассматриваемых явлениях;
- разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся ресурсов;
- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;

*владение базовыми исследовательскими действиями:*

- определять познавательную задачу; намечать путь ее решения и осуществлять подбор материала, объекта;
- владеть навыками учебно--исследовательской и проектной деятельности;
- выявлять характерные признаки явлений;
- раскрывать причинно--следственные связи; сравнивать события, ситуации, определяя основания для сравнения, выявляя общие черты и различия;
- формулировать и обосновывать выводы; соотносить полученный результат с имеющимися знаниями;
- определять новизну и обоснованность полученного результата;

- представлять результаты своей деятельности в различных формах (сообщение, эссе, презентация, реферат, учебный проект и другие);
- объяснять сферу применения и значение проведенного учебного исследования в современном общественном контексте;

*работа с информацией:*

- осуществлять анализ учебной и внеучебной информации (учебники, источники, научно--популярная литература, интернет ресурсы и другие);
- извлекать, сопоставлять, систематизировать и интерпретировать информацию;
- различать виды источников информации;
- высказывать суждение о достоверности и значении информации источника (по предложенным или самостоятельно сформулированным критериям);
- рассматривать комплексы источников, выявляя совпадения и различия их свидетельств;
- использовать средства современных информационных и коммуникационных технологий с соблюдением правовых и этических норм, требований информационной безопасности;
- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;

**2) в сфере универсальных коммуникативных действий:**

*общение:*

- представлять особенности взаимодействия людей в современном мире;
- излагать и аргументировать свою точку зрения в устном высказывании, письменном тексте;
- владеть способами общения и конструктивного взаимодействия, в том числе межкультурного, в школе и социальном окружении;
- аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации;

*осуществление совместной деятельности:*

- осознавать значение совместной деятельности людей как эффективного средства достижения поставленных целей;
- планировать и осуществлять совместную работу, коллективные учебные проекты, в том числе на региональном материале;
- определять свое участие в общей работе и координировать свои действия с другими членами команды;
- проявлять творчество и инициативу в индивидуальной и командной работе;
- оценивать полученные результаты и свой вклад в общую работу;

**3) в сфере универсальных регулятивных действий:**

*владение приемами самоорганизации своей учебной и общественной работы:*

- выявлять проблему, задачи, требующие решения;
- составлять план действий, определять способ решения, последовательно реализовывать намеченный план действий и другие;

*владение приемами самоконтроля:*

- осуществлять самоконтроль, рефлекссию и самооценку полученных результатов;
- вносить коррективы в свою работу с учетом установленных ошибок, возникших трудностей;

*принятие себя и других:*

- осознавать свои достижения и слабые стороны в учении, школьном и внешкольном общении, сотрудничестве со сверстниками и людьми старших поколений;
- принимать мотивы и аргументы других при анализе результатов деятельности;
- признавать свое право и право других на ошибку;
- вносить конструктивные предложения для совместного решения учебных задач, проблем.

## Принципы формирования содержания курса и организации учебного процесса

Разделы и темы курса подобраны с учетом содержания школьного курса математики, чтобы учащиеся имели возможность рассмотреть наиболее типичные задачи повышенной сложности по школьным разделам математики.

Предполагается смешанная форма занятий, включающая в себя краткий обзор и повторение изученного материала, рассмотрение наиболее типичных примеров задач в форме лекции, самостоятельную работу учащихся и итоговый тест из 2-3 задач в конце занятия. Также часть времени на занятии предполагается уделять вопросам истории математики, занимательным фактам в математике и другому дополнительному материалу, способному расширить математический кругозор учащихся.

### Содержание курса

#### Модуль 1. Числа. Преобразования – 14 часов

Делимость целых чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители. Признаки делимости. Теорема о делении с остатком. Взаимно простые числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Простые числа. Преобразования иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений. Сравнение действительных чисел.

#### Модуль 2. Уравнения – 22 часа

Уравнения в целых числах. Равносильность уравнений. Уравнения вида  $P(x) \cdot Q(x) = 0$ . Уравнения вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ . Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Нестандартные приемы решения уравнений. Использование свойств функций для решения уравнений. Различные методы решения систем уравнений. Определение параметра. Решение уравнений, содержащих параметры. Решение систем уравнений с параметрами.

#### Модуль 3. Текстовые задачи – 20 часов

Практико-ориентированные задачи. Задачи на проценты. Задачи на движение. Задачи на движение по реке. Задачи на движение по окружности. Задачи на определение средней скорости движения. Задачи на совместную работу. Задачи на смеси и сплавы. Задачи на разбавление. Простейшие задачи с физическими формулами. Задачи с физическим содержанием, сводящиеся к решению линейных и квадратных уравнений и неравенств. Нахождение наименьшего достаточного и наибольшего возможного количества. Задачи с экономическим содержанием.

#### Модуль 4. Планиметрия – 12 часов

Многоугольники. Окружность. Углы в окружности. Вписанная и описанная окружности. Площади плоских фигур. Правильные многоугольники. Векторы. Скалярное произведение векторов. Метод координат. Планиметрические задачи повышенной сложности.

#### Модуль 5. Тригонометрия – 24 часа

Простейшие тригонометрические уравнения. Прикладные задачи, сводящиеся к решению простейших тригонометрических уравнений и неравенств. Область значений тригонометрических функций. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля. Решение более сложных тригонометрических уравнений и их систем, с применением нестандартных методов.

### Модуль 6. Функции. Координаты и графики – 8 часов

Графики уравнений. Графический способ представления информации. «Считывание» свойств функции по её графику. Построение графиков функций и зависимостей, содержащих знак модуля.

### Модуль 7. Производная и ее применение – 12 часов

Физический и геометрический смысл производной. Производная и исследование функций. Возрастание и убывание функции. Экстремумы. Чтение графиков функции и графиков производной функции. Наибольшее и наименьшее значение функции.

### Модуль 8. Комбинаторика. Теория вероятностей – 12 часов

Комбинаторика. Поочередный и одновременный выбор. Размещения с повторениями, сочетания с повторениями. Перестановки. Вероятность. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Геометрическая вероятность. Вероятности событий. Условная вероятность. Независимость событий. Вероятность произведения независимых событий. Формула Бернулли. Решение задач. Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Понятие о статистическом выводе на основе выборки. Понятие и примеры случайных событий.

### Модуль 9. Стереометрия – 12 часов

Прямые и плоскости в пространстве. Угол между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние в пространстве. Многогранники и их свойства. Площади поверхности и объемы тел. Соотношение между объемами подобных тел. Векторы. Скалярное произведение, угол между векторами. Метод координат в пространстве.

## Тематическое планирование курса

№ п/п	Раздел	Кол-во часов
<b>Модуль 1. Числа. Преобразования</b>		<b>14</b>
1	Делимость целых чисел	2
2	Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители	2
3	Признаки делимости. Теорема о делении с остатком	2
4	Взаимно простые числа. Наибольший общий делитель	2
5	Наименьшее общее кратное	2
6	Простые числа	2
7	Преобразования иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений. Сравнение действительных чисел	2
<b>Модуль 2. Уравнения</b>		<b>22</b>
8	Уравнения в целых числах	2
9	Равносильность уравнений	2
10	Уравнения вида $P(x) \cdot Q(x) = 0$ . Уравнения вида $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$	2
11	Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля	2
12	Нестандартные приемы решения уравнений	2
13	Использование свойств функций для решения уравнений	2
14	Различные методы решения систем уравнений	2
15	Определение параметра. Решение уравнений, содержащих параметры	4
16	Решение систем уравнений с параметрами	4

	<b>Модуль 3. Текстовые задачи</b>	<b>20</b>
17	Практико-ориентированные задачи. Задачи на проценты	2
18	Задачи на движение	2
19	Задачи на движение по реке	2
20	Задачи на движение по окружности	2
21	Задачи на определение средней скорости движения	2
22	Задачи на совместную работу	2
23	Задачи на смеси и сплавы. Задачи на разбавление	2
24	Простейшие задачи с физическими формулами. Задачи с физическим содержанием, сводящиеся к решению линейных и квадратных уравнений и неравенств	2
25	Нахождение наименьшего достаточного и наибольшего возможного количества. Задачи с экономическим содержанием	4
	<b>Модуль 4. Планиметрия</b>	<b>12</b>
26	Многоугольники. Окружность. Углы в окружности	2
27	Вписанная и описанная окружности	2
28	Площади плоских фигур. Правильные многоугольники	2
29	Векторы. Скалярное произведение векторов	2
30	Метод координат	2
31	Планиметрические задачи повышенной сложности	2
	<b>Модуль 5. Тригонометрия</b>	<b>24</b>
32	Простейшие тригонометрические уравнения	4
33	Прикладные задачи, сводящиеся к решению простейших тригонометрических уравнений и неравенств	4
34	Область значений тригонометрических функций	4
35	Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля	6
36	Решение более сложных тригонометрических уравнений и их систем, с применением нестандартных методов	6
	<b>Модуль 6. Функции. Координаты и графики</b>	<b>8</b>
37	Графики уравнений	2
38	Графический способ представления информации	2
39	«Считывание» свойств функции по её графику	2
40	Построение графиков функций и зависимостей, содержащих знак модуля	2
	<b>Модуль 7. Производная и ее применение</b>	<b>12</b>
41	Физический и геометрический смысл производной	2
42	Производная и исследование функций	2
43	Возрастание и убывание функции	2
44	Экстремумы	2
45	Чтение графиков функции и графиков производной функции	2
46	Наибольшее и наименьшее значение функции	2
	<b>Модуль 8. Комбинаторика. Теория вероятностей</b>	<b>12</b>
47	Поочередный и одновременный выбор. Размещения с повторениями, сочетания с повторениями. Перестановки	2
48	Вероятность. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Геометрическая вероятность	2
49	Условная вероятность. Независимость событий	2
50	Вероятность произведения независимых событий. Формула Бернулли	2

51	Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков	2
52	Понятие о статистическом выводе на основе выборки. Понятие и примеры случайных событий	2
<b>Модуль 9. Стереометрия</b>		<b>12</b>
53	Прямые и плоскости в пространстве. Угол между скрещивающимися прямыми	2
54	Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние в пространстве	2
55	Многогранники и их свойства. Площади поверхности и объемы тел	2
56	Соотношение между объемами подобных тел	2
57	Векторы. Скалярное произведение, угол между векторами. Метод координат в пространстве	4
<b>Всего</b>		<b>136</b>

### Формы контроля

Текущий контроль связан с оценкой участия школьников в содержательном обсуждении темы, задаваемых вопросов, обоснованных ответов (решений задач).

Итоговый контроль – устное собеседование по изученным темам с объяснением решения предложенных задач.

### Учебно-методический комплекс

1. Арлазаров В.В., Татаринцев А.В., Тиханина И.Г., Чекалкин Н.С. Лекции по математике для физико-математических школ. Часть 2 // М.: URSS, 2008. – 264 с.
2. Арлазаров В.В., Татаринцев А.В., Тиханина И.Г., Чекалкин Н.С. Лекции по математике для физико-математических школ // М.: URSS, 2007. – 208 с.
3. Быков А.А. Тематические тесты по математике: для учащихся 11 классов // М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2006. – 406 с.
4. Васильева Н.И., Белоненко Т.В. Сборник конкурсных задач по математике. Пособие для учащихся средних школ и абитуриентов // СПб.: СММО Пресс, 2010. – 448 с.
5. Вольфсон Г.И., Пратучевич М.Я., Рукшин С.Е., Столбов К.М., Яценко И.В. ЕГЭ. Математика. Арифметика и алгебра. Задача 18 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 144 с.
6. Гордин Р.К. ЕГЭ 2022. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 13 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 144 с.
7. Гордин Р.К. ЕГЭ. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 304 с.
8. Гордин Р.К. ЕГЭ. Математика. Решение задачи 16 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 448 с.
9. Горяшин Д. В. Дополнительные вступительные испытания по математике в МГУ // М.: МЦНМО, 2020. – 88 с.
10. Егерев В.К., Зайцев В.В., Кордемский Б.А. и др.: под редакцией Сканави М.И. Сборник задач по математике (с решениями): в 2 книгах. Книга 1. Алгебра – М.: Оникс, 2009. – 624 с.
11. Егерев В.К., Зайцев В.В., Кордемский Б.А. и др.: под редакцией Сканави М.И. Сборник задач по математике (с решениями): в 2 книгах. Книга 2. Геометрия – М.: Оникс, 2008. – 512 с.

12. Козко А.И., Чирский В.Г. Задачи с параметрами и другие сложные задачи // М.: МЦНМО, 2008. – 376 с
13. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения // М.: ОНИКС, 2007.
14. Фалин Г.И., Фалин А.И. Тригонометрия на вступительных экзаменах по математике в МГУ // М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. – 327 с.
15. Сборник методических материалов по математике учителей Президентского ФМЛ № 239. Часть 2 // СПб.: СММО Пресс, 2022. – 200 с.
16. Сборник методических материалов по математике учителей Президентского ФМЛ № 239. Часть 1 // СПб.: СММО Пресс, 2021. – 124 с.
17. Смирнова Е.С. Планиметрия: виды задач и методы их решений. Элективный курс для учащихся 9-11 классов // М.: МЦНМО, 2016. – 416 с.
18. Шестаков С. А., Захаров П.И. ЕГЭ 2022. Математика. Уравнения и системы уравнений. Задача 12 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 176 с.
19. Шестаков С.А. ЕГЭ 2022. Математика. Неравенства и системы неравенств. Задача 14 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 352 с.
20. Шестаков С.А. ЕГЭ 2022. Математика. Задача с экономическим содержанием. Задача 15 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 208 с.
21. Шестаков С. А. ЕГЭ 2022. Математика. Задачи с параметром. Задача 17 (профильный уровень) // М.: МЦНМО, 2022. – 288 с.
22. Методический журнал для учителей математики «Математика» – <https://raum.math.ru/node/179>.
23. Образовательный портал для подготовки к экзаменам РешуЕГЭ – <https://ege.sdangia.ru>.
24. Федеральный институт педагогических измерений – <https://fipi.ru>.